

DIMENSIONAMENTO DE AMORTECEDORES PARA CONTROLO DE VIBRAÇÕES EM TIRANTES DE PONTES

DIOGO BAPTISTA DA SILVA CARNEIRO

Dissertação submetida para satisfação parcial dos requisitos do grau de
MESTRE EM ENGENHARIA CIVIL — ESPECIALIZAÇÃO EM ESTRUTURAS

Orientador: Prof^a. Doutora Elsa de Sá Caetano

FEVEREIRO DE 2009

MESTRADO INTEGRADO EM ENGENHARIA CIVIL 2008/2009

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL

TEL. +351-22-508 1901

FAX +351-22-508 1446

✉ MIEC@FE.UP.PT

Editado por

FACULDADE DE ENGENHARIA DA UNIVERSIDADE DO PORTO

Rua Dr. Roberto Frias

4200-465 PORTO

Portugal

Tel. +351-22-508 1400

Fax +351-22-508 1440

✉ feup@fe.up.pt

🌐 <http://www.fe.up.pt>

Reproduções parciais deste documento serão autorizadas na condição que seja mencionado o Autor e feita referência a Mestrado Integrado em Engenharia Civil – 2008/2009 – Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Porto, Portugal, 2009.

As opiniões e informações incluídas neste documento representam unicamente o ponto de vista do respectivo Autor, não podendo o Editor aceitar qualquer responsabilidade legal ou outra em relação a erros ou omissões que possam existir.

Este documento foi produzido a partir de versão electrónica fornecida pelo respectivo Autor.

Uma longa viagem começa com um único passo.
Zi, Lao (1324-1408 A.C.)

Há quem passe pelo bosque e só veja lenha para a fogueira.
Tolstoi, Leo (1828-1910)

AGRADECIMENTOS

Esta página do meu trabalho é escrita com enorme satisfação! Embora sendo a primeira das 100 páginas desta tese, ela significa o terminar de um longo processo que nem sempre foi fácil e onde as dúvidas me acompanharam mais do que consegui prever quando o iniciei. Mas, como em tudo na vida, houve o outro lado e esse foi sem dúvida o do desafio!

Neste desafio não estive sozinho, fui acompanhado por um conjunto de pessoas que me ajudaram a ultrapassar cada obstáculo e que me incentivaram, mesmo sem darem por isso. A todas expresso o meu reconhecimento! Não quero, no entanto, deixar de realçar algumas:

- A Prof^a Doutora Elsa de Sá Caetano, orientadora do trabalho, pela disponibilidade, apoio e saber que me transmitiu;
- À minha mãe pela sua ajuda preciosa na revisão do português;
- O meu amigo Raul, que, com a sua amizade e conhecimentos de inglês me ajudou a superar algumas dificuldades e incertezas;
- Aos meus amigos e colegas mais próximos da Universidade, e eles sabem quem são, que comigo partilharam conhecimentos e me deram força e incentivo a prosseguir;
- À minha família, que mesmo ausente, esteve sempre perto de mim;
- Aos meus pais e irmãs pelo apoio incondicional que me deram, não só durante a elaboração da tese, mas ao longo da minha existência, transmitindo-me força e confiança.

RESUMO

Este trabalho, realizado no âmbito da defesa da tese para a obtenção do grau de mestre em Eng.^a Civil pela FEUP, incidiu no dimensionamento de amortecedores para controlo de vibrações em tirantes de pontes. Neste trabalho foram estudados três cabos, que se caracterizam por apresentarem características diferentes para o cálculo de amortecedores em Pontes de Tirantes.

Os cabos utilizados em pontes de tirantes são elementos estruturais dotados de grande flexibilidade e baixo amortecimento, pelo que são considerados extremamente vulneráveis às vibrações induzidas essencialmente pelo vento. O controlo de tais vibrações é efectuado habitualmente através da adição de amortecedores localizados junto de uma ou duas ancoragens. Utilizando um conjunto de regras práticas simplificadas, é possível prever o nível de amortecimento necessário, sendo depois necessário determinar as características óptimas dos amortecedores e a sua localização tendo em conta as características dos cabos. Propõe-se neste trabalho uma pesquisa das principais causas de vibrações em tirantes, sendo depois efectuada uma análise simplificada dos fenómenos de instabilidade possíveis numa ponte e a avaliação dos níveis mínimos de amortecimento necessários para evitar vibrações. Utilizando curvas universais definidas na literatura, são dimensionados os amortecedores, efectuando-se estudos de sensibilidade associados à curvatura e rigidez à flexão, que poderão condicionar a eficiência de tais dispositivos.

PALAVRAS-CHAVE: Vibrações, Tirantes, Controlo de vibrações, Amortecedores, Amortecedor passivo óptimo.

ABSTRACT

This work was made to obtain the degree of master in Civil Engineer by FEUP, focused on design of a passive damper for vibration control in Stay-Cable Bridges. In this work three stay-cables were studied, presenting different characteristics for the damper calculation in Stay-Cable Bridges.

The cables used in stay-cable bridges are structural elements with great flexibility and low damping, hence are considered extremely vulnerable to wind induced vibrations. Such vibration control is usually made through the use of dampers in one or two anchorage. Using a set of simplified practical rules, it's possible to predict the necessary damping level, then being necessary to determine the damper's optimal characteristics and their locations in relation to the cable's characteristics. In this work, it's proposed a research of the main vibration causes in stay-cables, then being made a simplified analysis of the possible instability phenomena in a bridge and the evaluation of the minimum damping levels to avoid vibrations. By using literature defined universal curves, the dampers are calculated, making sensibility studies associated to the shallow and bending stiffness, which may condition the efficiency of such devices.

KEYWORDS: VIBRATION, STAY-CABLES, VIBRATION CONTROL, DAMPERS, OPTIMAL PASSIVE DAMPER.

ÍNDICE GERAL

AGRADECIMENTOS.....	i
RESUMO	iii
ABSTRACT	v
SÍMBOLOS E ABREVIATURAS.....	ix
1 INTRODUÇÃO	1
1.1 PASSADO, PRESENTE E FUTURO DA PONTES DE TIRANTES.....	1
1.2 PROBLEMAS DE VIBRAÇÕES EM PONTES DE TIRANTES	6
1.3 SISTEMAS DE CONTROLO DE VIBRAÇÕES EM CABOS DE PONTES DE TIRANTES	6
1.4 ORGANIZAÇÃO DA DISSERTAÇÃO	7
2 FENÓMENOS DE VIBRAÇÃO	9
2.1 INTRODUÇÃO	9
2.2 IDENTIFICAÇÃO E CARACTERIZAÇÃO DOS FENÓMENOS DE VIBRAÇÃO	9
2.2.1 RAJADAS DE VENTO	9
2.2.2 LIBERTAÇÃO DE VÓRTICES	9
2.2.3 GALOPE	10
2.2.4 GALOPE PROVOCADO PELO GELO.....	11
2.2.5 GALOPE POR ACÇÃO COMBINADA COM CHUVA	11
2.2.6 GALOPE NO ESTADO SECO	12
2.2.7 INTERFERÊNCIA AERODINÂMICA.....	14
2.2.8 INSTABILIDADE DEVIDA AO NÚMERO DE REYNOLDS	14
2.2.9 RESSONÂNCIA COM EFEITO DE RAJADA.....	15
2.2.10 RESSONÂNCIA DE FORMAÇÃO DE VÓRTICES	15
2.2.11 EXCITAÇÕES INDIRECTAS	16
3 SISTEMAS DE CONTROLO	17
3.1 INTRODUÇÃO	17
3.2 TÉCNICAS DE CONTROLO PASSIVO	17
3.2.1 CONTROLO AERODINÂMICO DE VIBRAÇÕES.....	17
3.2.2 CONTROLO ESTRUTURAL DE VIBRAÇÕES	19
3.2.3 CONTROLO MECÂNICO DE VIBRAÇÕES	19
3.3 TÉCNICAS DE CONTROLO ACTIVO	22
3.3.1 CONTROLO ACTIVO AERODINÂMICO.....	22
3.3.2 AMORTECEDORES ACTIVOS DE MASSA.....	22
3.3.3 CONTROLO ACTIVO DE TENDÃO	22
3.4 TÉCNICAS DE CONTROLO SEMI-ACTIVO	23

4 DIMENSIONAMENTO DE AMORTECEDORES EM PONTES DE TIRANTES ... 25

4.1 INTRODUÇÃO	25
4.2 ANÁLISE ESTATICA DE UM TIRANTE	25
4.2.1 INTRODUÇÃO	25
4.2.2 CATENÁRIA ELÁSTICA	26
4.2.3 PARABÓLA ELÁSTICA	26
4.2.4 SOLVIA	27
4.2.5 ANÁLISE COMPARATIVA	28
4.3 ANÁLISE DINÂMICA DE UM TIRANTE	29
4.3.1 INTRODUÇÃO	29
4.3.2 TEORIA DAS CORDAS VIBRANTES	29
4.3.3 TEORIA DE IRVINE	29
4.3.3.1 OSCILAÇÃO TRANSVERSAL AO PLANO DO CABO	30
4.3.3.2 OSCILAÇÃO NO PLANO DO CABO	30
4.3.3.2.1 MODO ANTI-SIMÉTRICO NO PLANO	30
4.3.3.2.2 MODO SIMÉTRICO NO PLANO	31
4.3.4 RESULTADOS E ANÁLISE COMPARATIVA	31
4.3.4.1 TEORIA DAS CORDAS VIBRANTES	31
4.3.4.2 TEORIA DE IRVINE	32
4.3.4.3 TEORIA DAS CORDAS VIBRANTES VS TEORIA DE IRVINE	32
4.3.4.4 SOLVIA VS TEORIA DE IRVINE	33
4.4 EXCITAÇÃO DIRECTA EM TIRANTES DE PONTES	36
4.4.1 INTRODUÇÃO	36
4.4.1.1 CILINDRO FIXO IMERSO NUM ESCOAMENTO UNIFORME	36
4.4.1.2 CILINDRO FIXO IMERSO NUM ESCOAMENTO TURBULENTO	39
4.4.1.3 CILINDRO EM MOVIMENTO IMERSO NUM ESCOAMENTO TURBULENTO	41
4.4.2 CÁLCULO DA FORÇA DO VENTO	42
4.5 AMORTECIMENTO TOTAL DO CABO	45
4.5.1 INTRODUÇÃO	45
4.5.2 CÁLCULO DO AMORTECIMENTO TOTAL DOS CABOS	45
4.6 ANÁLISE DA RESPOSTA DINÂMICA	46
4.6.1 INTRODUÇÃO	46
4.6.2 RESPOSTA DINÂMICA DE UM CABO COM AMORTECIMENTO	46
4.6.3 CÁLCULO DA AMPLITUDE DA RESPOSTA DINÂMICA	47
4.7 DIMENSIONAMENTO DE UM AMORTECEDOR PASSIVO ÓPTIMO	54
4.7.1 INTRODUÇÃO	54
4.7.2 ESTADO DE ARTE	54
4.7.3 CABO TENSO	55
4.7.4 CABO COM CURVATURA	59
4.7.5 EFEITO RIGIDEZ À FLEXÃO	64
4.7.6 FLEXIBILIDADE DO AMORTECEDOR OU FLEXIBILIDADE DO SUPORTE DO AMORTECEDOR	68
4.7.2.1 FLEXIBILIDADE DO AMORTECEDOR	68
4.7.2.2 FLEXIBILIDADE DO SUPORTE DO AMORTECEDOR	69
4.7.7 AMORTECEDOR NÃO LINEAR	70
4.7.8 COMBINAÇÃO DO EFEITO DE CURVATURA, RIGIDEZ À FLEXÃO E FLEXIBILIDADE DO SUPORTE DO AMORTECEDOR	72
4.7.9 COMBINAÇÃO DO EFEITO DE DOIS AMORTECEDORES	73
4.8 DIMENSIONAMENTO DE UM AMORTECEDOR PASSIVO	75
4.8.1 INTRODUÇÃO	75
4.8.2 REQUISITOS MÍNIMOS DE SEGURANÇA	75
4.8.3 DIMENSIONAMENTO	76
5 CONCLUSÃO	91
BIBLIOGRAFIA	93

Índice de Figuras

Figura1.01-Ponte de Orensund (cabos em harpa).....	1
Figura1.02-Ponte do rio Antirio (cabos em leque)	1
Figura1.03-Ponte de tirantes de concepção arrojada	1
Figura1.04-Desenho da ponte de tirantes de Löscher [2]	2
Figura1.05-Ponte de Brooklyn	2
Figura1.06-Ponte Strömsund.....	3
Figura1.07-Ponte Friedrich Ebert.....	3
Figura1.08-Ponte Brotonne	4
Figura1.09-Ponte Pasco-Kennewick	4
Figura1.10-Ponte da Normandia.....	5
Figura1.11-Ponte Tarara	5
Figura1.12-Ponte Sutong	5
Figura1.13-Ponte Stonecutters	5
Figura1.14- pontes de tirantes de $v\tilde{a}o \geq 300m$ (vão vs ano de construção).....	5
Figura1.15-Ocorrência de vibração induzida pelo vento e chuva em cabos de uma ponte de tirantes	6
Figura 2.01-Aparecimento dos vórtices (Vórtices de Von Karman)	9
Figura 2.02- Identificação da região do fenómeno “Lock-in” [3].....	10
Figura 2.03- Secção instável devido ao aparecimento de gelo [5]	11
Figura 2.04- Regato que se forma na parte superior do cabo e o regato vai continuando na parte superior devido à combinação das acções da força do vento, gravidade e a força de inércia devida ao movimento do cabo [5].....	11
Figura 2.05- Ocorrência de uma violenta vibração no cabo numa ponte protótipo de tirante no Japão [8]	12
Figura 2.06- Efeito do número de Scruton no galope em estado seco [9]	13
Figura 2.07- Visualização do fluxo axial [8].....	13
Figura 2.08- Intensidade do fluxo axial para cabos inclinados [3].....	13
Figura 2.09- Efeito do número de Reynolds [7].....	14
Figura 2.10-Acção das rajadas de vento nos dois planos dos cabos [3]	15
Figura 2.11- Ressonância dos vórtices no pilar da ponte	15
Figura 2.12- Excitação paramétrica [5]	16
Figura 3.01- Exemplos de acessórios para tabuleiros	17

Figura 3.02-Exemplos de controlos aerodinâmicos para pilares de pontes: A: deflectores; B: cortar as arestas [3]	18
Figura 3.03- cabo da ponte Higashi-Kobe [12]	18
Figura 3.04- Razão da acção do vento [12]	18
Figura 3.05- cabo da ponte Tatara [12]	18
Figura 3.06- Componente transversal vs Re [12]	18
Figura 3.07- Cabos adicionais da ponte da Normandia	19
Figura 3.08- Esquema e fotografia do TMD na ponte da Normandia [3]	20
Figura 3.09- Localização e a forma dos TMD instalados no pilar da ponte Yokohama Bay [3]	20
Figura 3.10- Amortecedor externo	21
Figura 3.11- Amortecedor Interno	21
Figura 3.12- Amortecedor MR na ponte Eiland [18]	23
Figura 4.01- Cabo suspenso sob a acção do Peso Próprio e Tensão axial [3]	26
Figura 4.02- Cabo suspenso sob a acção do Peso Próprio e Tensão axial: (a) modelo geral simplificado; (b) equilíbrio do segmento AP [3]	26
Figura 4.03- Catenária Elástica [3]	27
Figura 4.04- Parabólica elástica [3]	28
Figura 4.05- Cilindro fixo de comprimento infinito imerso num escoamento uniforme: (a) Sistema cartesiano e velocidade do vento; (b) forças aerodinâmicas [3]	36
Figura 4.06- Comportamento do escoamento com o aumento do número de Reynolds	37
Figura 4.07- Variação de C_D em relação a Re para um cilindro circular para um escoamento uniforme [3]	38
Figura 4.08- Relação entre St e Re para cilindros circulares [3]	39
Figura 4.09- Cilindro fixo de comprimento infinito imerso num escoamento turbulento: (a) Sistema cartesiano e velocidade do vento; (b) forças aerodinâmicas [3]	39
Figura 4.10- Influência de u_σ no C_D para um cilindro circular [3]	40
Figura 4.11- Cilindro em movimento de comprimento infinito imerso num escoamento turbulento: (a) sistema cartesiano e velocidade do vento; (b) forças aerodinâmicas [3]	41
Figura 4.12- F'_{Dy} no cabo HC01 para $U = 15 \text{ m/s}$	44
Figura 4.13- F'_{Dz} no cabo HC15 para $U = 30 \text{ m/s}$	44
Figura 4.14- F'_{Dy} no cabo Normandia para $U = 50 \text{ m/s}$	44
Figura 4.15- Equação (4.87)	49
Figura 4.16- Deslocamentos do cabo HC01 em função ao tempo	49

Figura 4.17- Deslocamentos do cabo HC15 em função ao tempo	50
Figura 4.18- Deslocamentos do cabo CN01 em função ao tempo	50
Figura 4.19-Oscilação do HC01 (cabo horizontal)	51
Figura 4.20-Oscilação do HC15 (cabo horizontal)	51
Figura 4.21-Oscilação do CN01 (cabo horizontal)	51
Figura 4.22-Oscilação do HC01 ($\xi_{tot,1L} = 2\%$)	52
Figura 4.23-Oscilação do HC15 ($\xi_{tot,1L} = 2\%$)	52
Figura 4.24-Oscilação do CN01 ($\xi_{tot,1L} = 2\%$)	53
Figura 4.25- Cabo tenso com um amortecedor viscoso [3].....	55
Figura 4.26- Características do limite amplificação de um cabo onde é instalado um amortecedor viscoso: (a) representação geral; (b) $c=0$; (c) $c=\infty$; (d) curvas da amplificação dinâmica para $c=0$, $c=\infty$ e $c=c_{opt}$ [3]	56
Figura 4.27- Curva Universal em relação a ξ_n , c , x_c , m , L e ω_{01} [3]	58
Figura 4.28- Cabo com curvatura onde está instalado um amortecedor viscoso [3].....	59
Figura 4.29- Variação de $G(n)$ com λ^2 para os dois primeiros modos simétricos para cabos com curvatura [3]..	61
Figura 4.30- Variação de $\gamma(n)$ com λ^2 para os quatro primeiros modos simétricos [3]	61
Figura 4.31- Cabo com curvatura com suportes elásticos equipada com um amortecedor viscoso [3].....	61
Figura 4.32- Curva Universal, para o primeiro modo anti-simétrico para cabos com curvatura, de acordo com Krenk e Nielsen: $\lambda^2 = 0,01$; 1 e 100 , e $x_c/L = 0,02$ [3]	62
Figura 4.33- efeito da curvatura para o primeiro modo simétrico $\lambda^2 = 0,01$; 1 e 100 , e $x_c/L = 0,02$ [3]	63
Figura 4.34-variação de $1/G(n)$ e $R\left(n, \lambda^2, \frac{x_c}{L}\right)$ com λ^2 , para $\frac{x_c}{L} = 0.02$ [3].....	64
Figura 4.35- cabo com curvatura e rigidez à flexão equipada com um amortecedor viscoso [3]	64
Figura 4.36- variação do máximo $\frac{\xi_1}{x_c/L}$ com ζ , para $\lambda^2 = 0.01$ [3].....	66
Figura 4.37- variação de R_{E1} com ζ induzida pelo efeito da rigidez à flexão para cabos esticados [3]	67
Figura 4.38- variação do amortecimento modal com η_n , para vários valores de ζ para cabos esticados [3].....	67
Figura 4.39- cabo com uma associação paralela de um amortecedor viscoso e uma mola [3]	68
Figura 4.40- cabo com curvatura com associação em serie de um amortecedor viscoso e uma mola [3]	69
Figura 4.41- variação de R_{kt} com $\bar{\eta}_k$ [3]	70
Figura 4.42- variação do amortecimento modal ξ_R com η_R para um amortecedor HDR [3].....	71
Figura 4.43- variação do $(\xi_R)_{max}$ com φ [3]	71
Figura 4.44- amortecimento modal associado à combinação de dois amortecedores viscosos lineares [3]	74
Figura 4.45-amortecimento modal associado à combinação de dois amortecedores viscosos lineares a diferentes distâncias da respectiva ancoragem [3]	74
Figura 4.46- amortecimento modal associado à combinação de um amortecedor viscoso linear com um amortecedor HDR [3]	75
Figura 4.47 – Resposta dinâmica de HC01	83
Figura 4.48 – Resposta dinâmica de HC15	83
Figura 4.49 – Resposta dinâmica de CN01	84

Figura 4.50-Amplitude dinâmica de CN01 para um $\xi_{próprio} = 2\%$	84
Figura 4.51-Amplitude dinâmica de CN01 para um $\xi_{próprio} = 1,45\%$	85

Índice de Tabelas

Tabela 4.01-Características mecânicas e geométricas dos três cabos em estudo	25
Tabela 4.02-Características geométricas e mecânicas dos cabos estudados	28
Tabela 4.03-Características de deformação dos cabos de estudo	29
Tabela 4.04 Parâmetros de entrada (geométricos e mecânicos) dos cabos estudados	29
Tabela 4.05-Resultados verificados	30
Tabela 4.06-Análise comparativa da $d(m)$	30
Tabela 4.07-Análise comparativa do ω_A (°)	30
Tabela 4.08-Primeiras cinco frequências naturais dos cabos estudados (Teoria das Cordas Vibrantes).....	33
Tabela 4.09-Primeiras cinco frequências naturais dos cabos estudados (Teoria de Irvine)	34
Tabela 4.10-Frequências naturais dos 5 primeiros modos (T. Cordas Vibrantes vs T. Irvine).....	34
Tabela 4.11-Frequências naturais dos 5 primeiros modos (Solvía vs T. Irvine).....	35
Tabela 4.12-Força Induzida pela acção do vento	42
Tabela 4.13-Força Induzida pela acção do vento em cada nó	42
Tabela 4.14-Força Induzida pela acção do vento em cada nó	43
Tabela 4.15-Cálculo do coeficiente do amortecimento aerodinâmico	45
Tabela 4.16 Cálculo do coeficiente do amortecimento total dos cabos estudados para a respectiva velocidade	46
Tabela 4.17-Factor proporcional, α_0	48
Tabela 4.18-Verificação do amortecimento total.....	49
Tabela 4.19-Comparação da amplitude dinâmica (Solvía vs Formulação analítica).....	50
Tabela 4.20-Comparação da amplitude dinâmica (Cabo inclinado vs Cabo horizontal)	51
Tabela 4.21-Factor proporcional para um $\xi_{tot,1L} = 2\%$	52
Tabela 4.22-Comparação da amplitude dinâmica para um $\xi_{tot,1L} = 2\%$ (Solvía vs Formulação analítica).....	53
Tabela 4.23-Constante de amortecimento óptima e o máximo amortecimento para amortecedores viscosos	58
Tabela 4.24- Coeficientes da equação (4.119)	65
Tabela 4.25- Amplitude teórica	76
Tabela 4.26- Amplitude dinâmica vs Amplitude teórica	77
Tabela 4.27 $-x_c/L$ dos cabos estudados (amortecedor externo)	77
Tabela 4.28- x_c/L para um amortecedor interno	77

Tabela 4.29- Dados necessários do cabo HC01 para o dimensionamento do amortecedor	78
Tabela 4.30- Dados necessários do cabo HC15 para o dimensionamento do amortecedor	79
Tabela 4.31- Dados necessários do cabo CN01 para o dimensionamento do amortecedor	80
Tabela 4.32- Características dos amortecedores	83
Tabela 4.33- Amplitude verificada nos cabos e o seu amortecimento	84
Tabela 4.34- Amplitude de CN01 para um $\xi_{próprio} = 2\%$ e comparação com a amplitude obtida para o cabo horizontal.....	85
Tabela 4.35- Amplitude de CN01 para um $\xi_{próprio} = 1,45\%$ e comparação com a amplitude obtida pela formulação analítica	85
Tabela 4.36- Resultados da experiência	86
Tabela 4.37- Resultado do processo iterativo no cálculo do tamanho do amortecedor no cabo HC01	87
Tabela 4.38- Resultado do processo iterativo no cálculo do tamanho dos amortecedores do cabo HC15.....	88
Tabela 4.39- Tamanho dos amortecedores	89
Tabela 5.01- Tamanho dos amortecedores	91

Símbolos e Abreviaturas

LETRAS LATINAS

A

a_0	- factor proporcional
a_1	- factor proporcional
A	- área - amplitude dinâmica
A_0	-área do cabo inderfomado

B

B	-diâmetro
-----	-----------

C

c	-coeficiente de amortecimento
C_D	-coeficiente de forma na direcção ao vento
C_L	-coeficiente de forma na direcção perpendicular ao vento

D

d	-flecha vertical máxima
d_p	-flecha vertical pela parábola elástica
D	-diâmetro

E

E	-módulo de Young ou módulo de elasticidade
-----	--------------------------------------------

F

f	-frequência
f_v	-frequência da libertação dos vórtices

G

g -aceleração gravítica

H

h -altura do cabo
-força dinâmica horizontal

H -esforço axial do cabo

H_A -tensão horizontal no apoio A

H_B -tensão horizontal no apoio B

K

k -rigidez da mola

L

ℓ -largura do cabo

L -comprimento da corda do cabo

L_0 -comprimento do cabo indeformado

L_e -comprimento virtual do cabo

L_f -comprimento do cabo deformado

L_{fp} -comprimento do cabo deformado pela parábola elástica

M

m -massa por unidade de comprimento

m_e -massa equivalente por unidade de comprimento

R

R_e -número de Reynolds

R_k -redução do amortecimento associado à flexibilidade do amortecedor

R_φ -redução do amortecimento associado a um amortecedor não linear, em relação a um cabo tenso

R_{EI} -redução do amortecimento devido rigidez de flexão, em relação a um cabo tenso

R_{kEI}
tenso -redução do amortecimento associado à rigidez do suporte, em relação a um cabo

R_n
tenso -redução do amortecimento devido ao efeito de curvatura, em relação a um cabo

S

S_c -número de Scruton

S_S -coordenada de Lagrangian

S_t -número de Strouhal

T

T -esforço axial do cabo

$T_{máx}$ -máximo esforço axial do cabo

T_t -período associado ao modo de torção do tabuleiro

U

U -velocidade

W

w -peso do cabo

X

x_c -distância entre a ancoragem mais próxima e o amortecedor

LETRAS GREGAS

δ	-logaritmo de decréscimo do amortecimento estrutural
ε	-extensão
ζ	-parâmetro não dimensional da rigidez à flexão
η	-parâmetro não dimensional de amortecimento
λ^2	-parâmetro de Irvine
ν	-viscosidade cinemática
ξ	-amortecimento
ξ_{int}	-amortecimento intrínseco
ξ_{aer}	-amortecimento aerodinâmico
ξ_{tot}	-amortecimento total
ρ	-densidade
φ	-factor de perda do amortecedor
ω	-frequência angular
ω_A	-ângulo de desvio da ancoragem A
ω_B	-ângulo de desvio da ancoragem B

1

INTRODUÇÃO

1.1. Passado, presente e futuro das pontes de tirantes

As pontes de tirantes caracterizam-se por terem um ou mais pilares que, através de um conjunto de cabos à tracção (tirantes) suportam parcialmente ou na totalidade o tabuleiro da ponte. Os tirantes encontram-se ancorados ao pilar e ao tabuleiro da ponte. Existem várias formas de configuração dos cabos, como é o caso da disposição em forma de harpa, onde os cabos se dispõem paralelamente, consequentemente ancorados em cotas muito variadas no pilar da ponte (Fig.1.01), ou a disposição em leque, em que os cabos são ancorados no topo do pilar (Fig.1.02) [1].



Fig.1.01-Ponte de Orensund (cabos em harpa)

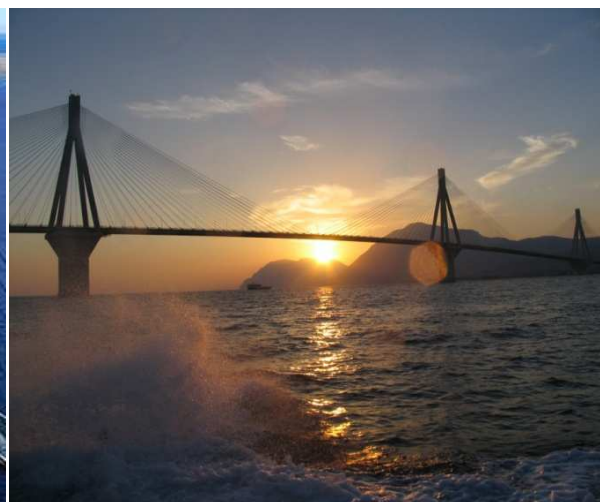


Fig.1.02-Ponte do rio Antirio (cabos em leque)

As pontes de tirantes são as mais económicas para vãos situados entre os das pontes suspensas e os das pontes de betão armado pré-esforçado de inércia variável. Esteticamente têm sido consideradas muito apelativas o que tem concorrido para que, nos últimos anos, sejam uma opção por parte de muitos técnicos de engenharia, apresentando algumas, até, uma concepção bastante arrojada (Fig.1.03).



Fig.1.03-Ponte de tirantes de concepção arrojada

O conceito de pontes de tirantes é conhecido há já alguns séculos, podendo datar-se ao século XVII, quando Venetian Verantius construiu uma ponte de madeira com cabos suspensos. Em 1784 o carpinteiro C.J. Löscher desenhou uma ponte de tirantes com um vão aproximado de 32m, onde o material utilizado foi a madeira, inclusive nos cabos (Fig.1.04) [2].



Fig.1.04-Desenho da ponte de tirantes de Löscher [2]

No século XIX o engenheiro francês Navier estudou vários sistemas de pontes suportadas por cabos em ferro forjado. Deste estudo resultou a preferência pelas pontes suspensas em detrimento das pontes de tirantes. A falta de conhecimento e de equipamentos na época que permitissem conhecer a distribuição das forças entre todos os cabos contribuiu para este resultado, uma vez que as pontes de tirantes são estruturas de elevado grau de hiperestaticidade [2].

Na segunda metade do século XIX foram construídas várias pontes suspensas. No intuito de aumentar a sua resistência ao vento, os engenheiros acrescentaram cabos inclinados, dando-lhes desta forma rigidez. Existem várias pontes suspensas com esta solução, como a ponte Albert (1872) e a ponte suspensa das cataratas de Niagara (1897). No entanto, é a ponte de Brooklyn (1883) o mais famoso exemplar desta solução híbrida, com um comprimento total de 1059,9m e com um vão de 486.5m (Fig.1.05) [1].



Fig.1.05-Ponte de Brooklyn

Foi depois da segunda guerra mundial que se deram grandes desenvolvimentos na construção deste tipo de pontes. A destruição pela guerra de muitas pontes sobre o Rio Reno levou à necessidade da sua reconstrução e à opção por soluções pouco onerosas. É ao engenheiro alemão Dischinger a quem devemos a maior parte do desenvolvimento das pontes de tirantes desta época. Foi ele quem descobriu que uma grande rigidez e estabilidade podiam ser conseguidas através de uma força elevada, ou seja, através de cabos pré-tensionados. Combinando estas características com a facilidade de cálculo introduzida com o uso dos computadores, as análises estruturais tornaram-se, assim, possíveis. Com uma concepção racional e um permanente controlo da força dos tirantes, consegue-se uma utilização eficiente deste tipo de estrutura [2].

A primeira ponte moderna de tirantes a ser construída foi a ponte Strömsund (Fig.1.06) na Suécia, que foi aberta ao tráfego em 1956, com um vão principal de 182.6m e com dois vãos extremos de 74.7m, com um tabuleiro em aço e betão suportado por 4 pares de tirantes diagonais.



Fig.1.06-Ponte Strömsund

Foi a partir da construção da ponte Strömsund, que as pontes de tirantes se transformaram nas mais populares pontes para vãos intermédios. Desde então houve uma enorme evolução no seu design, podendo ser identificadas três gerações distintas, consoante o seu grau de desenvolvimento [3]:

As pontes da primeira geração, como é o caso da ponte Strömsund, caracterizam-se por terem altas tensões nos tirantes. Devido ao grande número de cordões pré-esforçados em cada cabo são geradas grandes concentrações de forças, daí resultando grandes ancoragens. Necessitam de estruturas auxiliares para a sua construção.

As pontes de tirantes de segunda geração definem-se por um sistema parcial de suspensão, em que o tabuleiro é rígido e suportado por um ou mais pilares e por um elevado número de tirantes com um pequeno espaçamento entre eles. Este sistema, com um elevado número de cabos à tracção permite o uso de um tabuleiro moderadamente flexível pois ao ser suportado por cabos pouco afastados impede concentrações de elevadas forças no tabuleiro. Deste facto resulta não ser necessário colocar uma viga de reforço perto das ancoragens. O pequeno espaço entre as ancoragens no tabuleiro apresenta a vantagem de permitir uma construção faseada em consola. A primeira ponte desta geração a ser construída foi a ponte Friedrich Ebert (Fig.1.07), construída na Alemanha em 1967. Foi na ponte Brotonne (Fig.1.08) construída, igualmente naquele país em 1977, com um vão central de 320m, que se aplicou pela primeira vez um sistema múltiplo de tirantes numa ponte de tirantes em betão. Presentemente é vista como o protótipo das pontes de segunda geração.



Fig.1.07- Ponte Friedrich Ebert



Fig.1.08-Ponte Brotonne

Por fim, as pontes de terceira geração são caracterizadas por incorporarem um grande número de cabos, com pequeno espaçamento entre si ($8 - 15m$). Este novo tipo de comportamento estrutural é conseguido com um tabuleiro integralmente suspenso, onde este actua como uma corda à compressão que se encontra suportado pelos cabos inclinados. O facto dos momentos serem muito pequenos no tabuleiro faz com que este seja quase independente do vão.

A ponte Pasco-Kennewick (Fig.1.09) é um exemplo de uma ponte de terceira geração. Com um vão de $300m$ foi a primeira ponte de tirantes em betão nos Estados Unidos, bem como a primeira a empregar um tabuleiro totalmente suspenso.



Fig.1.09-Ponte Pasco-Kennewick

Nos anos 90 foram construídas duas pontes de tirantes de elevado comprimento de vão. A primeira, foi a ponte da Normandia (Fig.1.10), completada em 1994 em França, com um comprimento total de $2141m$ e vão de $856m$, constituindo, na época, um recorde de vão. Em 1999 foi completada no Japão a Ponte Tarara (Fig.1.11) de comprimento total $1480m$ e com um vão recorde de $890m$, que se manteve até Maio de 2008. Em 2008 na Republica Popular da China sobre o rio Yangtze foi construída a ponte Sutong (Fig.1.12), com um vão de $1088m$, constituindo-se actualmente, como a ponte de tirantes de maior vão em todo o mundo. Também está prevista para breve a conclusão da ponte Stonecutters (Fig.1.13) em Hong Kong com um vão de $1018m$.



Fig.1.10-Ponte da Normandia



Fig.1.11-Ponte Tarara

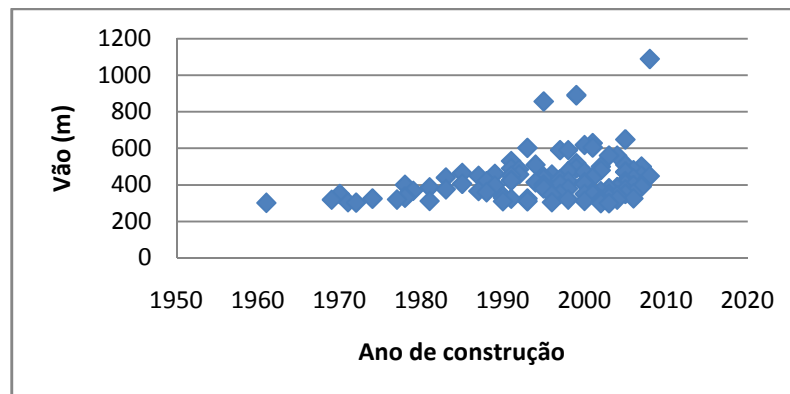


Fig.1.12-Ponte Sutong



Fig.1.13-Ponte Stonecutters

Porém, coloca-se a questão, até que vão este tipo de ponte poderá ser economicamente rentável? Sendo de difícil previsão, Mathivat assumiu que o limite estaria nos 1500m de vão [3]. Na Figura 1.14 estão representadas as pontes de tirantes de vão $\geq 300m$ construídas até 2008 [4].

Fig.1.14- pontes de tirantes de vão $\geq 300m$ (vão vs ano de construção)

A Figura 1.14 ilustra a evolução do vão de algumas das principais pontes de tirantes desde 1950 até aos dias de hoje. Através da leitura do gráfico é possível constatar que a grande maioria das pontes de tirantes tem um vão $\leq 600m$, concluindo-se assim ser um tipo de ponte economicamente viável para vãos intermédios. Porém, nos últimos 15 anos, foram construídas três pontes de grande vão (existindo uma outra ponte de tirantes em construção, como já referido anteriormente), o que leva a crer que seja um tipo de ponte economicamente competitiva também para pontes de grandes vãos.

1.2. Problemas de vibrações em cabos de pontes de tirantes.

As pontes de tirantes constituem um tipo de ponte cuja componente estrutural mais importante são os tirantes. Estes, são extremamente vulneráveis à acção do vento e a outras acções. Desde o início da construção da primeira ponte de tirantes até aos dias de hoje, já ocorreram e foram identificados diferentes mecanismos de excitação dinâmica, sendo que a ocorrência de grandes amplitudes nos cabos provoca grandes danos de fadiga e corrosão no aço pré-esforçado num espaço de tempo muito curto, diminuindo assim o tempo útil da ponte.

Podemos começar por distinguir as excitações directas e indirectas. As excitações indirectas são vibrações ocorridas no tabuleiro ou no pilar da ponte, que podem ser causadas por diversas acções, como é o caso do vento, tráfego, e terremotos, etc.. Estas vibrações no tabuleiro e no pilar da ponte provocam excitações nos cabos devido ao movimento das ancoragens, sendo que em certas circunstâncias podem induzir nos cabos oscilações de elevada amplitude.

As excitações directas são devidas a acções que actuam directamente nos cabos. O vento é a acção mais óbvia, porém existem diversos factores e acções que determinam a ocorrência ou não ocorrência de vibrações nos cabos. Estima-se que 95% dos casos reportados de ocorrência de vibrações em cabos nas pontes de tirantes teve lugar na presença simultânea de vento e chuva [3] (Fig.1.15). Este fenómeno foi identificado pela primeira vez em 1986 por Hikami durante a construção da ponte Meiko-Nishi [3], embora já tivesse sido identificado dez anos antes, só que em cabos de alta tensão [3]. Há diversos factores que determinam a possibilidade da ocorrência de vibrações nos cabos e os fenómenos que podem ser responsáveis por tais vibrações. A velocidade e direcção do vento, a presença de chuva ou não, ou a de gelo nos cabos, são alguns dos apontados.

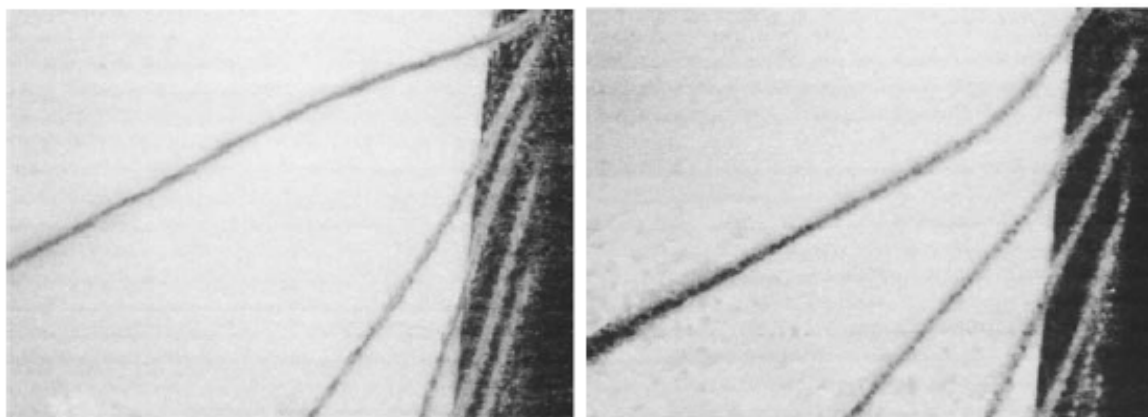


Fig.1.15-Ocorrência de vibração induzida pelo vento e chuva em cabos de uma ponte de tirantes

1.3. Sistemas de controlo de vibrações em cabos de pontes de tirantes

Identificados os mecanismos que podem causar oscilações nos cabos, e sabendo que o amortecimento próprio dos cabos é pequeno, é necessário implementar medidas que tenham como finalidade reduzir ou mesmo eliminar as fortes oscilações nos cabos.

Estas medidas podem ser implementadas na fonte ou na estrutura. Na fonte, limitando-se as acções que podem provocar oscilações. Na estrutura, pela instalação de sistemas de controlo que tenham o efeito de melhorar a resposta. Estas medidas podem ser passivas ou activas, ou semi-activas, sendo que as activas necessitam de energia externa para ter efeito e as semi-activas são um híbrido das duas soluções.

As técnicas de controlo passivo podem ser classificadas em três tipos, aerodinâmica, estrutural e mecânica. Apesar do seu uso considerável pelo mundo fora e com uma performance efectiva na estrutura, estas técnicas apresentam limitações, especialmente quando se pretende controlar vibrações em cabos longos. As técnicas de controlo activo são na realidade extensões das técnicas de controlo passivo, onde a estrutura que sofre oscilações é controlada ou modificada por um comando que actua. Este é determinado por um sistema de controlo. Ambos são alimentados por uma energia exterior. Este tipo de controlo tem sido alvo de numerosas investigações com vista a descobrir-se uma técnica inovadora capaz de suprimir de uma forma eficaz as vibrações nos cabos das pontes de tirantes.

1.4 Organização da dissertação

A presente dissertação encontra-se dividida em seis capítulos. O primeiro, que também é o presente capítulo, é o da Introdução. Tem por finalidade introduzir o leitor no contexto actual das Pontes de tirantes, descrevendo a sua evolução até aos dias de hoje. Esta pequena viagem permite uma análise mais conclusiva acerca do seu futuro. Neste mesmo capítulo, o leitor é introduzido na problemática da instabilidade provocada nos tirantes por diversas acções, particularmente o vento, e como pode ser realizado o controlo destas oscilações.

No segundo capítulo são identificados e explicados os diversos fenómenos de vibrações em cabos à tracção. A previsão do tipo de fenómenos de vibração que podem ocorrer numa ponte de tirantes é fundamental para se poder realizar um sistema de controlo eficaz para o controlo das vibrações. Os diversos sistemas de controlo são identificados no terceiro capítulo.

No quarto capítulo é realizado um estudo de três cabos à tracção que apresentam características muito diferentes. Este estudo tem como objectivo o dimensionamento de um amortecedor viscoso em cada um dos cabos, caso se verifique que é insuficiente o amortecimento próprio do cabo. Neste capítulo, os cabos são sujeitos a análises estáticas e dinâmicas. É calculada a força do vento, bem como o amortecimento próprio dos cabos para diferentes velocidades do vento. É ainda analisada a resposta dinâmica do cabo quando este entra em ressonância para a força do vento. Por fim, é realizada uma análise que permite verificar se o amortecimento próprio é ou não suficiente. Se não for suficiente, é dimensionado um amortecedor passivo viscoso no tirante.

O último capítulo é dedicado à conclusão.

2

FENÓMENOS DE VIBRAÇÃO

2.1. Introdução

De seguida são identificados e caracterizados os principais fenómenos de vibração em pontes de tirantes. É de realçar que muitos destes fenómenos ainda hoje não são totalmente compreendidos, necessitando de uma maior investigação.

2.2. Identificação e caracterização dos fenómenos de vibração

2.2.1. Rajadas de vento

As rajadas de vento podem originar algumas vibrações nos cabos. Cálculos baseados no típico espectro de Karman para rajadas de vento demonstram que as amplitudes geradas nos cabos são pequenas, quando comparadas com alguns fenómenos que estudaremos a seguir [5].

2.2.2 Liberação de Vórtices [3]

Este fenómeno é caracterizado pela formação de vórtices no sentido do vento, quando este ultrapassa um cabo circular (Fig.2.01).

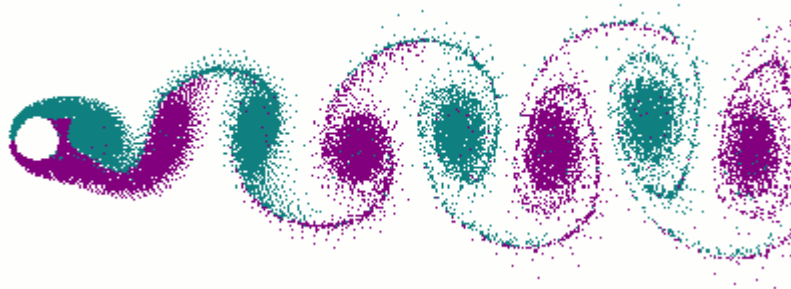


Fig.2.01- Aparecimento dos vórtices (Vórtices de Von Karman)

O vento é caracterizado por ser um vento uniforme e de velocidade baixa, sendo que ocorre geralmente em tirantes curtos [6]. A liberação de vórtices gera normalmente pequenas oscilações. Já na ocorrência da ressonância (ressonância dos vórtices), ou seja, quando a frequência do cabo é próxima da frequência dos vórtices, o cabo começa a interagir fortemente com os vórtices para uma certa variação da velocidade do vento. Isto porque um pequeno aumento da velocidade do vento não mudará a frequência dos vórtices, coincidindo com a frequência do cabo (“lock-in” (Fig 2.02))[3].

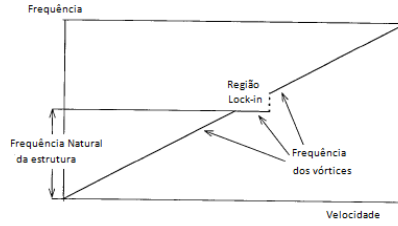


Fig. 2.02- Identificação da região do fenómeno “Lock-in”[3]

Este fenómeno pode levar a um coeficiente negativo do amortecimento aerodinâmico, produzindo uma efectiva redução do amortecimento aerodinâmico, podendo assim ocorrer a vibração induzida pelos vórtices [3].

A ocorrência de uma violenta vibração induzida pelos vórtices depende da intensidade dos vórtices e do amortecimento próprio do cabo, sendo que este é caracterizado pelo número de Scruton [3]:

$$S_c = \frac{2\delta m_e}{\rho D^2} \quad (2.01)$$

Onde δ é o logaritmo de decréscimo do amortecimento estrutural e m_e é a massa equivalente por unidade de comprimento.

Para números de Scruton maiores que 20 não há qualquer risco de se dar o fenómeno “lock-in”, não havendo assim qualquer risco de se dar uma violenta vibração induzida pelos vórtices, devendo os cabos apresentar um número de Scruton não menor que 20 [3].

2.2.3 Galope [3]

O galope é um fenómeno de instabilidade, típico em estruturas esbeltas, com secção rectangular ou secção em “D”. Este fenómeno ocorre quando o vento se encontra a uma frequência próxima da frequência natural da estrutura, porém, ao contrário do que se verifica para as vibrações induzidas pelos vórtices, o galope ocorre para todas as velocidades do vento acima do valor crítico e produz vibrações de altas amplitudes.

Não entrando em deduções matemáticas, a estabilidade do cabo é garantida quando o amortecimento viscoso d é positivo.

$$d = 2m\omega\xi + \frac{1}{2}\rho UB \left(\frac{dC_L}{d\beta} + C_D \right)_{\beta=0} \quad (2.02)$$

Sendo que o amortecimento mecânico é sempre positivo, a condição necessária à instabilidade é,

$$\left(\frac{dC_L}{d\beta} + C_D \right)_{\beta=0} < 0 \quad (2.03)$$

Esta equação é designada como o critério Glauert-Den Hartog. Analisando esta expressão podemos concluir que as secções circulares nunca estão sujeitos à instabilidade ao galope, pois a derivada $dC_L/d\beta$ é sempre nula devido à sua simetria. Assim, excepto em casos onde a secção foi alterada momentaneamente, como é o caso do aparecimento de gelo ou regatos, a instabilidade dos cabos devida ao fenómeno galope não deve ser esperada em pontes de tirantes.

2.2.4. Galope provocado pelo gelo [5]

O Gelo tem condições para se depositar e colar nos cabos. Camadas finas de gelo já foram observadas em cabos de pontes de tirantes. Este fenómeno muda a secção circular do cabo (Fig. 2.04), tornando o cabo não circular. Neste caso pode ocorrer o fenómeno galope segundo o critério Glauert-Den Hartog.

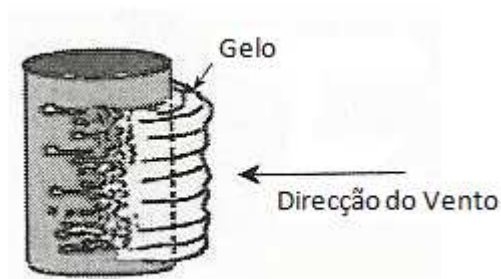


Fig.2.03- Secção instável devido ao aparecimento de gelo [5]

2.2.5. Galope por acção combinada com chuva [5]

Apenas nas últimas duas décadas é que foi descoberto que a maioria dos incidentes provocada por vibrações nos cabos surge da ocorrência simultânea de chuva e vento. O fenómeno ocorre a moderadas velocidades do vento. A interpretação mais aceite é a de que se trata do fenómeno galope. Chuva ou mesmo uma humidade atmosférica muito elevada no ar pode provocar água a escorrer pelo cabo, como um regato na parte superior do cabo. O modelo físico-matemático mais aceite é o apresentado na Fig.2.05. A presença de um regato muda as propriedades de x e y do cabo e provoca movimento do cabo, com maior preponderância na direcção vertical, podendo criar um amortecimento aerodinâmico negativo. A instabilidade parece dar-se para um pequeno intervalo da velocidade do vento.

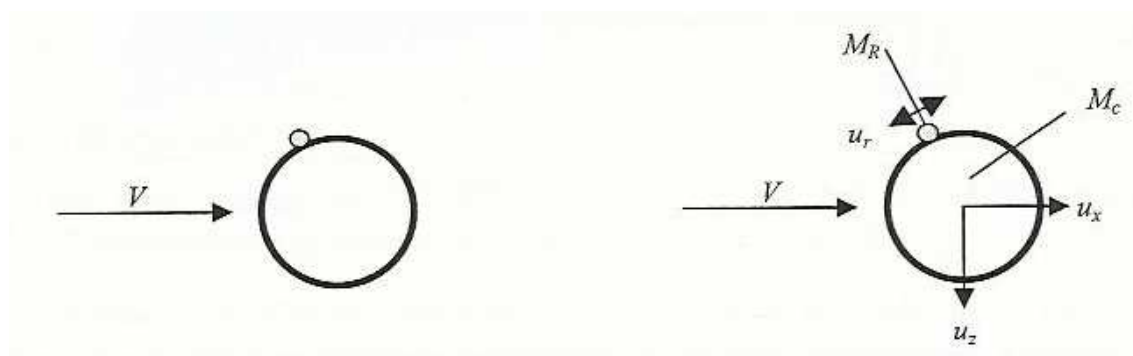


Fig.2.04- Regato que se forma na parte superior do cabo e o regato vai continuando na parte superior devido à combinação das acções da força do vento, gravidade e a força de inércia devida ao movimento do cabo [5]

O movimento do regato pode ser estabilizador ou destabilizador para a vibração do cabo, que depende do ângulo entre o movimento do cabo e o do movimento do regato. Apesar disto, a aerodinâmica do cabo, quando sofre vibrações provocadas pela chuva e pelo vento parece ser determinada pela posição estacionária do regato.

Embora ainda não seja um fenómeno totalmente compreendido, é porém o fenómeno mais observado e estudado em túneis de vento por muitos investigadores, sendo possível especificar as condições que podem conduzir a este mecanismo de vibração [3,7]. Assim, podemos sumarizar as seguintes:

- Chuva moderada.
- Velocidade do vento de $5\sim 20\text{ m/s}$, embora a maioria dos casos documentados é para velocidades na ordem dos $8\sim 12\text{ m/s}$.
- Frequência fundamental do cabo está entre $0.6\sim 3.0\text{ Hz}$.
- As vibrações têm sido observadas para cabos com um diâmetro entre $d = 8\sim 22\text{ cm}$.
- Número de Reynolds anda entre os $7 \times 10^4 \sim 2 \times 10^5$, que é próximo do número crítico de Reynolds considerando a respectiva rugosidade da superfície do cabo.
- Os cabos estão na direcção do vento
- Inclinação vertical do cabo em relação à superfície está entre $20^\circ \sim 45^\circ$ para pontes de tirantes.
- O azimute relativo ao plano do cabo e a direcção do vento é normalmente de $20^\circ \sim 60^\circ$.
- O vento indica um nível baixo de turbulência, e um vento uniforme.
- O amortecimento do cabo é muito pequeno, a superfície do cabo é lisa.
- A típica amplitude de vibração é duas vezes o diâmetro do cabo, embora já tenha sido observado uma amplitude sete vezes superior à do diâmetro do cabo.
- Ocorre frequentemente para o segundo modo de vibração do cabo.

2.2.6. Galope no estado seco

O Galope em cabos inclinados em estado seco foi descoberto através de ensaios em túneis de vento. Contudo, apenas se tornou numa grande preocupação para os projectistas de pontes de tirantes quando uma ponte de tirantes no Japão sofreu uma violenta vibração durante a passagem de um tufão, onde as amplitudes foram estimadas em 1.5 m num cabo de comprimento de 187 m (Fig.2.06), provocando severos danos à estrutura [8].



Fig.2.05- Ocorrência de uma violenta vibração no cabo numa ponte protótipo de tirante no Japão [8]

O verdadeiro galope em estado seco ainda não foi completamente identificado em protótipos de cabos. No entanto, e até agora, G.Shewe reportou o efeito do número de Reynolds nos vórtices de Von Karman e a instabilidade da força vertical para cilindros circulares [8]. Saito também identifica o efeito do aumento do número Scruton para o galope em estado seco em cabos inclinados (Fig.2.07) [9].

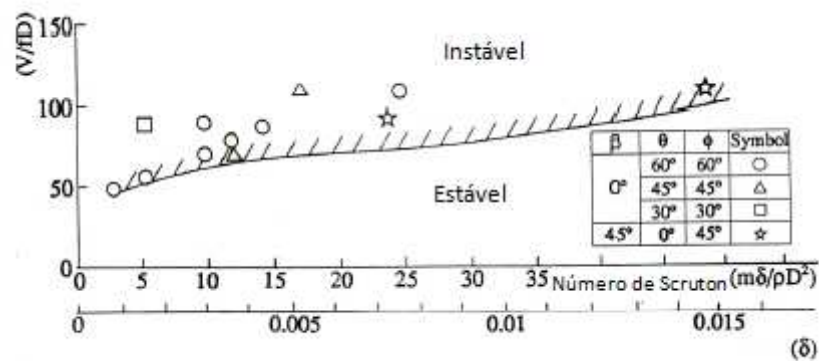


Fig.2.06- Efeito do número de Scruton no galope em estado seco [9]



Fig.2.07- Visualização do fluxo axial [8]

Alguns autores indicaram o importante papel do fluxo axial (Fig.2.08) para a ocorrência do galope em estado seco para cabos inclinados [3]. De acordo com a Fig.2.09 a velocidade U_a do fluxo axial aumenta com o aproximar da velocidade U e com o ângulo β do cabo. A instabilidade do Galope ocorre quando a velocidade do fluxo axial U_a alcança uma velocidade 30% superior à velocidade do vento U para ângulos β superiores a 25°, situação em que o coeficiente perpendicular à direcção do vento versus ângulo de ataque apresenta um $dC_L/d\beta$ negativo. Cheng et al [10,11] concluíram que o mecanismo de instabilidade do galope em estado seco para cabos inclinados é similar ao do critério Glauert-Den Hartog.

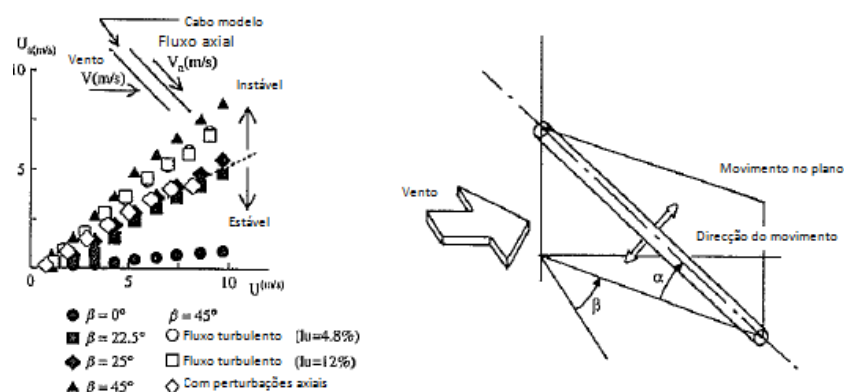


Fig.2.08- Intensidade do fluxo axial para cabos inclinados [3].

Por outro lado, a supressão ou desaparecimento dos vórtices de Von Karman, promove o aparecimento do galope em cabos cilíndricos circulares não inclinados [8]. Matsumoto [8] verificou que tanto o crítico número de Reynolds como o fluxo axial podem explicar a supressão dos vórtices de Von Karman. Por esta razão muitos autores têm conduzido vários testes em túneis de vento para relacionar o desaparecimento ou supressão dos vórtices de Von Karman na instabilidade do galope em cabos inclinados. Porém mais estudos são necessários para uma melhor compreensão deste fenómeno.

2.2.7. Interferência aerodinâmica

A interferência aerodinâmica é causada pela interacção cabo-cabo ou a interacção estrutura-cabo. Tem lugar quando um cabo recebe periodicamente vórtices. Estes vórtices surgem devido ao aparecimento de vórtices provocados pelo cabo a montante ou pelo pilar da ponte.

Enquanto no segundo caso o cabo só vai ser afectado nas imediações do pilar, já no primeiro, o fenómeno pode ocorrer quando os cabos são colocados aos pares, a uma distância pequena, inferior a 3D [5].

2.2.8. Instabilidade devida ao número de Reynolds [8]

Conforme tem sido reconhecido, corpos aerodinâmicos cilíndricos são muito sensíveis à variação da velocidade para certos intervalos do número de Reynolds. Se o cabo começar a balançar para a frente e para trás no sentido do vento, a velocidade do vento corresponde ao número crítico de Reynolds. As mudanças da velocidade relativa ao vento vão estimular o movimento e gerar um amortecimento aerodinâmico negativo. Estando neste valor crítico do número de Reynolds, a força transversal cai drasticamente com o aumento da velocidade do vento. No caso de um cabo circular liso, esta crise transversal ocorre para um intervalo de número de Reynolds de $2 \sim 5 \times 10^5$ (Fig.2.10). Considerando um cabo de diâmetro entre 50~150mm, há possibilidade de ocorrência de instabilidade para velocidades de vento entre 20~60 m/s. Este fenómeno tornou-se num problema sério de engenharia quando em 1959-61 um cabo de alta tensão que cruzava o rio Severn, Inglaterra, sofreu um grande número de oscilações caracterizado por um balançar horizontal induzido pelo vento. A vibração foi suficientemente forte para causar muitos danos.

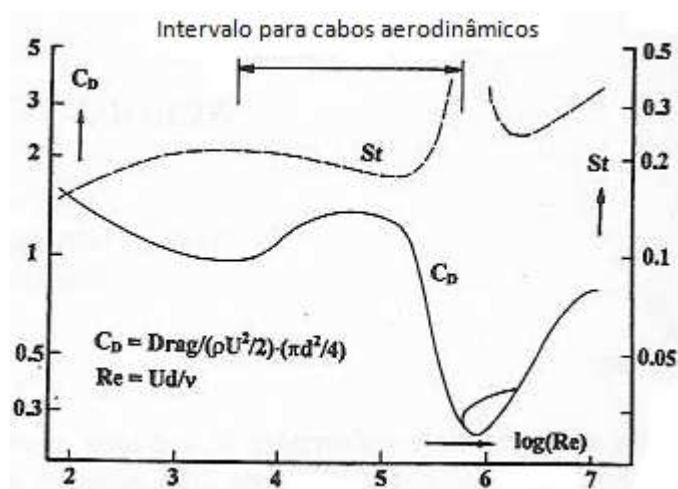


Fig.2.09- Efeito do número de Reynolds [8]

2.2.9. Ressonância com efeito de rajada [3]

Este fenómeno foi descrito por Davenport e pode ocorrer em pontes com dois planos paralelos de cabos. As rajadas de vento passam no primeiro plano de cabos e em seguida no segundo plano de cabos com uma diferença de tempo B/U , sendo B a distância entre os dois cabos paralelos e U a velocidade do vento. Pode dar-se o fenómeno de ressonância se a velocidade crítica for:

$$U_{cr} = \frac{2B}{T_t} \quad (2.04)$$

Sendo T_t o período associado ao modo de torção do tabuleiro.

Esta fórmula demonstra ser conservativa, conforme foi demonstrado quando foi aplicada na ponte Vasco da Gama.

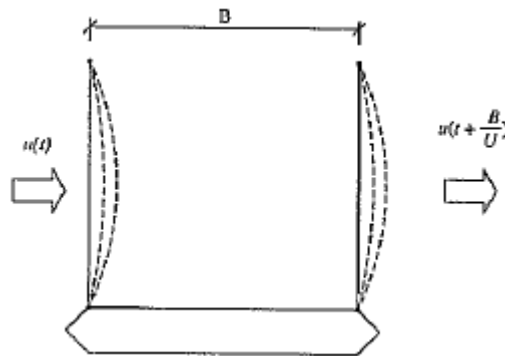


Fig.2.10-Ação das rajadas de vento nos dois planos dos cabos [3]

2.2.10. Ressonância de formação de vórtices [3]

Este fenómeno ocorre tipicamente em pontes de tirantes com dois planos de cabos, quando sujeitos a vento oblíquo. Neste caso formam-se turbilhões quando o vento ultrapassa o pilar da ponte. O efeito de ressonância pode ocorrer para os cabos que estão atrás do pilar e que têm frequência natural f_k próxima da frequência do Vórtice. A velocidade crítica é:

$$U_{cr} = \frac{H f_k}{S_t} \quad (2.05)$$

Onde H é a largura projectada do pilar em relação à direcção transversal do vento, sendo S_t o número de Strouhal da secção do pilar da ponte.

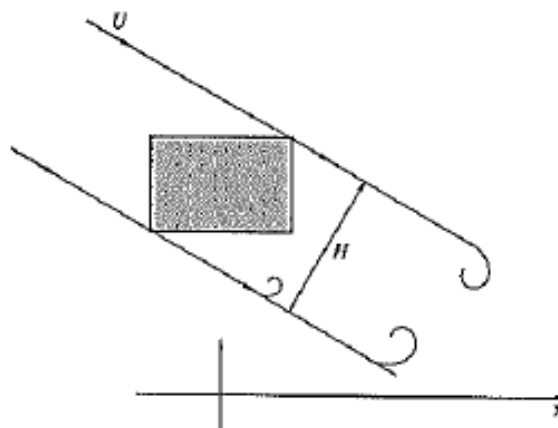


Fig.2.11- Ressonância dos vórtices no pilar da ponte [3]

2.2.11. Excitações Indirectas

O movimento das ancoragens dos cabos pode provocar vibrações nos tirantes. Os movimentos nas ancoragens são normalmente devidos a vários factores, designadamente ao vento, tráfego, ou ainda um tremor de terra. Estão identificados dois fenómenos, conhecidos pelos nomes de excitação externa e paramétrica. A excitação externa corresponde ao movimento do cabo que é caracterizado por apresentar um movimento na direcção perpendicular à corda do cabo, já a excitação paramétrica corresponde ao movimento do cabo na direcção da corda do cabo. Este último, é o mais estudado e referenciado pela literatura existente [3], sendo assim considerado o fenómeno de excitação indirecta mais importante.

A ressonância do cabo ocorre quando a razão f_{global}/f_{cabo} apresenta valores próximos de 0.5, 1 ou 2 (ignorando razões mais elevadas), f_{cabo} é a frequência fundamental do cabo. Para a razão igual a 1 chamamos ressonância clássica, para as outras razões dá-se o tipo de ressonância conhecida pela equação de Mathieu [5].

Para o fenómeno de excitação paramétrica, a ressonância pode ocorrer para as razões iguais a 0.5, 1 e 2. Quando estamos perante a ressonância clássica, a esta, é ainda acrescentada uma excitação paramétrica, daí o seu nome. A excitação externa só ocorre para as razões iguais a 1 e 2 (mais uma vez ignorando razões mais elevadas), sendo que para a razão igual a 1 ocorre apenas a ressonância clássica [5].

Para um melhor entendimento destes fenómenos, representa-se na Fig.2.13 uma ponte de tirantes, onde ocorre um movimento no pilar da ponte. O pilar entra num movimento periódico horizontal. Se a razão f_{global}/f_{cabo} for igual a 0.5, 1 ou 2 o fenómeno da ressonância pode implicar a ocorrência de fortes vibrações no cabo[5].

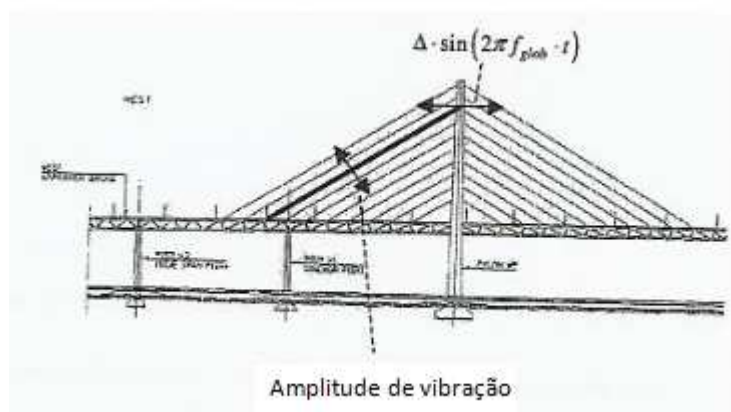


Fig.2.12- Excitação paramétrica [5]

3

SISTEMAS DE CONTROLO

3.1. Introdução

Uma vez encontrados os mecanismos que geram vibrações nos cabos, é necessário implementar medidas com vista a reduzir ou mesmo suprimir estas vibrações nos cabos. Foi dito anteriormente que estas implementações podem constituir técnicas de controlo passivo, activo e/ou semi-activo. Porém, no caso de algumas acções que provocam vibrações indirectas nos cabos, é possível implementar medidas operacionais que limitam estas mesmas vibrações. Se as vibrações são devidas ao tráfego, podem-se implementar medidas operacionais que têm em vista limitar o número de veículos na ponte e/ou a velocidade de circulação da ponte. Deve ser sempre implementado um piso adequado à circulação automóvel e proceder continuamente a uma adequada manutenção [3].

3.2. Técnicas de controlo passivo

3.2.1. Controlo aerodinâmico de vibrações [3]

Entram nesta categoria as medidas que visam limitar ou suprimir as vibrações nos cabos, modificando secções estruturais ou colocando alguns acessórios que visam um melhoramento aerodinâmico. Para o caso das vibrações indirectas onde as oscilações nas ancoragens são provocadas pelo vento, é possível melhorar o comportamento aerodinâmico tanto do tabuleiro como do pilar da ponte. No caso do tabuleiro da ponte é possível implementar alguns acessórios de forma a prevenir a ocorrência de vórtices, conseguindo um bom comportamento aerodinâmico (Fig.3.01). Para os pilares da ponte, pode-se conseguir melhorar este comportamento instalando deflectores nos pilares ou eliminando as arestas dos pilares (Fig.3.02).

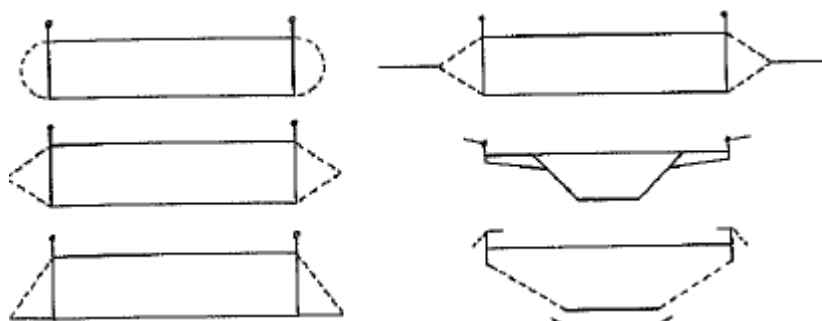


Fig.3.01- Exemplos de acessórios para tabuleiros [3]

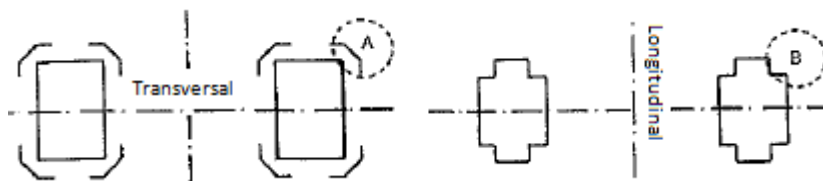


Fig.3.02-Exemplos de controlos aerodinâmicos para pilares de pontes: A: deflectores; B: cortar as arestas [3].

Para o caso de vibrações directas, a modificação da secção do cabo está limitada, embora seja possível prevenir a formação dos regatos de água implementando um cabo áspero (Fig.3.03) em detrimento de um cabo liso. Desta forma, a vibração devida à chuva e ao vento é suprimida. Esta solução tem o inconveniente do aumento da força transversal da ponte em relação à adoptada por um cabo liso. Este facto é especialmente relevante para pontes de grande vão, pois a força provocada pelo vento nos cabos é uma significativa parte da força de toda a ponte (Fig.3.04).

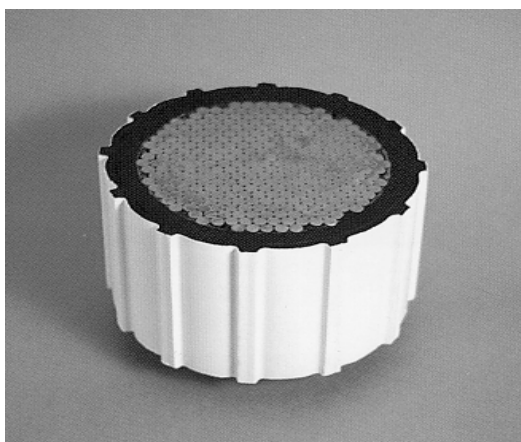


Fig.3.03- Cabo da ponte Higashi-Kobe [12]

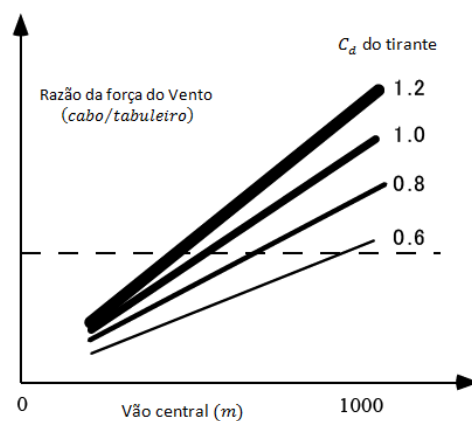


Fig.3.04- Razão da acção do vento [12]

Este problema colocou-se na construção da ponte de Tarara no Japão, onde houve a necessidade de estudar uma solução que não aumentasse a força transversal. Miyata et al [12] investigou através de ensaios em túneis de vento, cabos com rugosidade adequada, que controlavam a força transversal, concluindo que é possível controlar a força transversal com uma escolha adequada da rugosidade do cabo. Pelo resultado da investigação de Miyata et al foi adoptado para a Ponte de Tarara um cabo inovador (Fig.3.05), que apresenta um comportamento similar ao da Figura 3.06 que ilustra a evolução da componente transversal do cabo com o aumento do número de Reynolds.



Fig.3.05- Cabo da ponte Tataru [12]

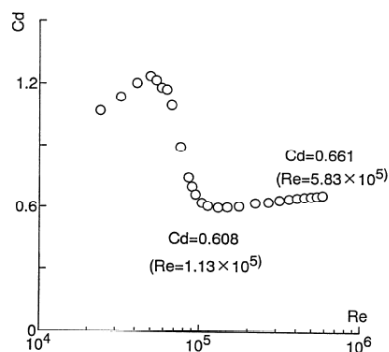


Fig.3.06- Componente transversal vs Re [12]

3.2.2. Controlo estrutural de vibrações

Usar cabos adicionais é uma das medidas possíveis para reduzir as vibrações nos cabos. É especialmente usada para pontes de tirantes de grande vão. O método de análise, porém, ainda não é totalmente compreendido. Um dos efeitos do uso de cabos adicionais é o aumento da frequência natural dos cabos para vibrações verticais, isto porque em termos estruturais os cabos adicionais criam suportes intermédios nos cabos. Com o seu correcto posicionamento, a frequência fundamental dos cabos aumenta consideravelmente, reduzindo o risco da ocorrência do fenómeno de ressonância. Foi o que aconteceu na ponte da Normandia, onde a frequência vertical dos cabos mais longos era aproximadamente 0.22 Hz , sendo que os projectistas decidiram usar cabos adicionais esticados (Fig.3.07), levando a um aumento da frequência desses cabos para aproximadamente 0.66 Hz [3].



Fig.3.07- Cabos adicionais da ponte da Normandia

Outro efeito é o do aumento do amortecimento do cabo. Estudos recentes concluíram que o amortecimento adicional dos cabos adicionais é limitado, podendo ser uma efectiva solução a instalação de mecanismos de amortecimento entre o cabo e os cabos adicionais [3]. Também se estudou a performance conjunta entre cabos adicionais e amortecedores. A combinação destes benefícios não é necessariamente a soma dos benefícios de um amortecedor e cabos adicionais quando empregues de forma isolada [14]. Porém é necessário realizar mais estudos de investigação para se conhecerem as verdadeiras potencialidades deste controlo estrutural de vibração, tanto de forma isolada, como empregue de forma conjunta com um amortecedor.

3.2.3. Controlo mecânico de vibrações

O controlo mecânico de vibrações é conseguido através da instalação de medidas que visam o aumento do amortecimento. Sendo que para o caso de vibrações directas, o amortecedor é instalado directamente no cabo. Para as vibrações indirectas, o amortecedor pode ser instalado no tabuleiro ou no pilar. Duas soluções alternativas para a instalação de amortecedores no tabuleiro e pilar da ponte são Tuned Mass Dampers (TMD) e Tuned Liquid Dampers (TLD).

Tuned Mass Dampers consiste numa massa (m), numa mola (k), e de um amortecedor (c), que dissipa a energia criada pelo movimento da massa, como se pode ver pelo exemplo da Fig.3.08 em que foi

instalado um TMD no tabuleiro da ponte da Normandia durante a sua construção (Fig.3.08 e Fig.3.09), ou no caso da ponte Yokohama Bay onde foram instalados TMD no pilar da ponte (Fig.3.10) [3].

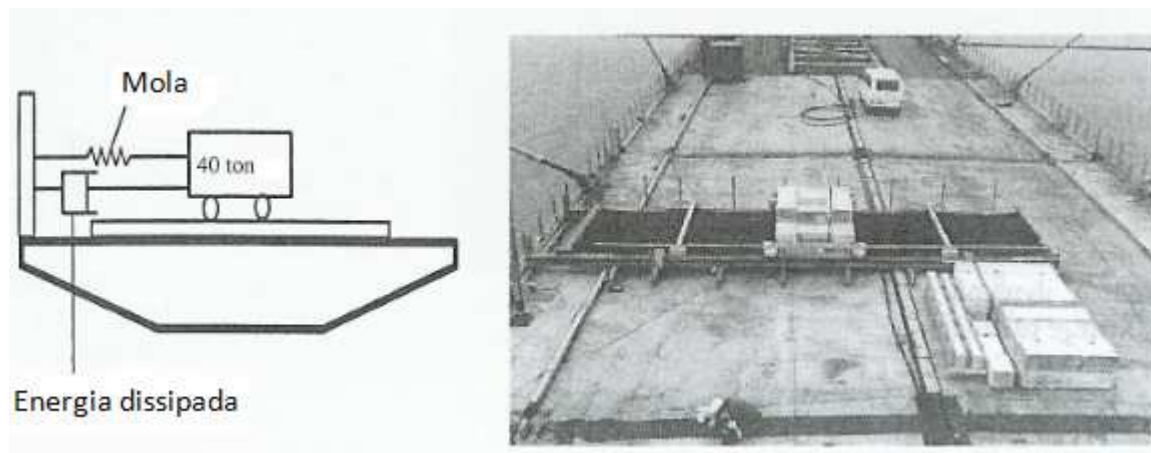


Fig.3.08- Esquema e fotografia do TMD na ponte da Normandia [3].

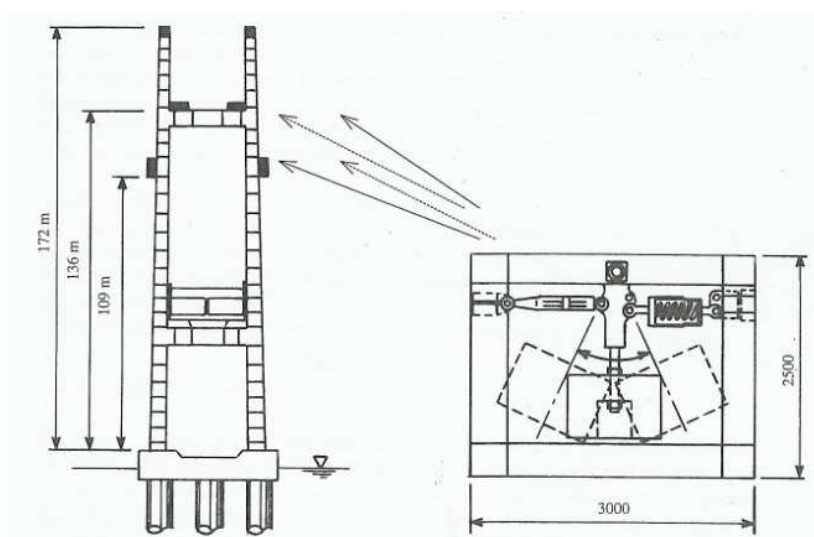


Fig.3.09- Localização e a forma dos TMD instalados no pilar da ponte Yokohama Bay [3].

Pelas leis da física, nós sabemos que $a = \frac{F}{m}$. Isto significa que quando uma força externa é aplicada no sistema, este vai provocar uma aceleração. Assim, quando o tabuleiro começa a oscilar, a massa ajusta o movimento do TMD, sendo que, quando o tabuleiro se desloca para a direita o TMD desloca-se simultaneamente para a esquerda e vice-versa.

Os Tuned mass dampers podem, também, ser instalados em cabos. Apesar de um significativo aumento do amortecimento e de ser uma técnica bastante utilizada no controlo de vibração em cabos de pontes de tirantes, têm o grande inconveniente do amortecimento óptimo estar dimensionado para apenas um modo de vibração e o amortecimento ser especificado apenas para alguns modos de vibração. Deste modo fica susceptível à vibração em outros modos de vibração, sendo que é quase impossível especificar “à priori” o modo de vibração mais desfavorável, ou seja, em que modo de vibração este desempenho óptimo do amortecedor deve ser conseguido [14].

O Tuned Liquid Dampers consiste num tipo de TMD, onde apenas a massa é substituída por líquido. Apesar das inúmeras aplicações conhecidas (como em edifícios altos e pilares), o fenómeno físico do movimento do líquido ainda não está totalmente compreendido [3].



Fig.3.10- Amortecedor externo

Quer a instalação de amortecedores passivos hidráulicos, quer viscosos, em cabos de pontes de tirantes próximo das ancoragens constituem-se numa clássica e eficiente solução para suprimir vibrações nos cabos (Fig.3.11), principalmente quando os cabos não são longos. Estes dois tipos de amortecedores externos têm características específicas. Enquanto o amortecedor viscoso apresenta um baixo custo de manutenção e as características de amortecimento dependem da temperatura e frequência, os amortecedores hidráulicos apresentam um alto custo de manutenção e o ajuste é complexo [3].

Existem ainda os chamados amortecedores internos que consistem num anel feito de neoprene, numa borracha de alto amortecimento, ou outros produtos viscosos, colocados dentro do cabo. Os amortecedores internos não necessitam virtualmente de manutenção e podem garantir suficiente amortecimento para cabos de comprimento de 350m [3].



Fig.3.11- Amortecedor Interno

3.3. Técnicas de controlo activo [3]

As medidas de controlo passivo fornecem suficiente amortecimento para cabos de pequeno e de médio comprimento, porém, são muitas vezes insuficientes quando se trata de fornecer amortecimento para cabos muito longos. Actualmente é um grande desafio para os investigadores descobrir uma técnica inovadora que vise suprimir de uma forma mais eficaz as vibrações nos cabos nas pontes de tirantes. É nesta óptica que surge uma grande investigação do uso de técnicas mais inteligentes, ou seja, os chamados sistemas de controlo activo. Os sistemas de controlo activo apresentam os seguintes componentes:

- Sensores que se encontram em locais estratégicos na estrutura e medem as excitações provocadas por forças externas e a respectiva resposta da estrutura;
- Processadores de informação. A informação é obtida pelos sensores, então a informação é processada pelo processador de informação, de forma a se obter a resposta adequada para controlar a força externa, de acordo com um algoritmo específico de controlo (“closed-loop”, “open-loop”, ou “open-closed loop”);
- Actuadores, que normalmente são conduzidos pelas forças externas.

Os sistemas de controlo activo podem seguir duas estratégias, de acordo com o algoritmo de controlo escolhido. O “closed-loop” corresponde à modificação da rigidez e amortecimento do amortecedor de forma a uma correcta resposta à excitação. O “open-loop” tem em vista a redução ou supressão das excitações provocadas pelas forças externas.

Existem três tipos de mecanismos de controlo activo de aplicação em pontes: sistema activo aerodinâmico, amortecedores activos de massa e controlo activo de tendão.

3.3.1. Controlo activo aerodinâmico

Esta técnica foi inspirada no mesmo princípio que a indústria aeronáutica utiliza para estabilizar os aviões. A grande vantagem deste sistema de controlo em relação aos métodos estruturais é que a acção destabilizadora, o vento, é também a força estabilizadora. Porém, a implementação prática deste sistema é muito complexa e são requeridos 2 ou 3 sistemas de controlo paralelos que assegurem que se falhar um controlo, estará outro a funcionar.

3.3.2. Amortecedores activos de massa

Ao contrário dos TMDs, que apenas são dimensionados para responder num estado óptimo a um único modo de vibração, normalmente para a vibração fundamental, os Activos Tuned Mass Dampers (ATMDs) podem ser eficazes para um grande número de modos de vibrações.

3.3.3. Controlo activo de tendão

Estes controlos foram considerados por vários autores como uma possível alternativa para controlo de vibrações. Os estudos têm sido desenvolvidos em duas direcções distintas: a primeira, designada por controlo modal, onde se usa o movimento axial do suporte do cabo, a segunda, designada por controlo de onda que controla as forças transversais do suporte do cabo.

3.4. Técnicas de controlo semi-activo

Recentemente têm sido realizados muitos trabalhos de investigação que visam o controlo de vibrações através de controlos semi-activos. Os amortecedores semi-activos podem oferecer um controlo activo, mas não necessitam de estar associados a uma grande fonte de energia, pois estes também são capazes de a dissipar, e além do mais, podem actuar como amortecedores passivos, caso haja uma falha de energia. Johnson [15] demonstrou que os amortecedores inteligentes semi-activos podem fornecer 50 a 80% da eficiência, quando comparados com os amortecedores passivos lineares óptimos. É de notar que só o amortecedor semi-activo ideal é usado no estudo de Johnson, sendo que a eficiência indicada dificilmente seria conseguida na realidade. Mas mesmo assim, este estudo demonstra que os amortecedores inteligentes podem ser uma efectiva alternativa aos amortecedores viscosos passivos. Um promissor controlo semi-activo é o amortecedor magnetoreológico (MR) (Fig.3.13), que recentemente tem sido objecto de muitas investigações. Zhou [16], usando uma estratégia de controlo semi-activo, investigou o controlo de vibração tridimensional para um cabo inclinado que apresentava curvatura e onde se encontrava instalado um amortecedor MR. Comparou, então, a capacidade de amortecimento do amortecedor MR com um amortecedor viscoso óptimo. O resultado mostrou, que, se o cabo for excitado para um único modo de vibração, a eficiência do amortecedor MR é próxima do amortecedor viscoso passivo óptimo, mas, se o cabo é excitado para mais que um modo de vibração, o amortecedor MR demonstra ter uma melhor eficiência que o amortecedor viscoso passivo. A implementação de amortecedores MR em pontes de tirantes demonstra que os amortecedores MR podem ser uma opção eficaz no controlo de vibrações nos cabos [17].



Fig.3.12- Amortecedor MR na ponte Eiland [18]

4

DIMENSIONAMENTO DE AMORTECEDORES EM PONTES DE TIRANTES

4.1. Introdução

O objectivo deste capítulo é estudar a necessidade ou não, de implementar medidas de controlo mecânico em três cabos à tracção devido à acção directa do vento. A escolha dos três cabos em estudo foi determinada por estes apresentarem características muito distintas. Os primeiros dois cabos são o cabo de comprimento mais pequeno e médio da Ponte Vasco da Gama, que serão designados neste trabalho respectivamente por HC01 e HC15 e o terceiro cabo é o cabo mais longo da Ponte da Normandia (Fig.1.09), que será identificado por CN01.

Tabela 4.01- Características mecânicas e geométricas dos três cabos em estudo

Cabo	$L(m)$	$T_{m\acute{a}x}(KN)$	$EA(KN)$	$m(Kg/m)$
HC01	34,7	2045	606750	42,9
HC15	147,5	4306	1608750	74,8
CN01	440,9	6851	2907000	133

Os cálculos do estudo foram fundamentados a partir da consulta do livro da Professora Elsa de Sá Caetano “Cable Vibrations in Cable-Stayed Bridge”, dado ser muito actual e completo. Em cada ponto é apresentado o referencial teórico baseado no mesmo livro. O capítulo encontra-se organizado pela ordem pela qual eu realizei o trabalho.

4.2. Análise estática de um tirante

4.2.1 Introdução

No presente ponto procedeu-se ao estudo do comportamento estrutural dos três cabos pré-tensionados, sob acção do peso próprio, tendo por base uma modelação analítica baseada na equação da catenária elástica, parabólica elástica e de uma modelação numérica através de elementos finitos (software Solvia). Foi então realizada uma análise comparativa, sendo a flecha vertical d e o ângulo de desvio da ancoragem A ω_A , os parâmetros deste estudo comparativo.

Pretende-se assim modelar os três cabos o mais correctamente possível no programa Solvia, bem como conhecer as características geométricas e mecânicas dos três cabos.

4.2.2. Catenária Elástica

A Figura 4.01 representa um cabo que tem um comportamento elástico, não apresentando rigidez à flexão, sendo este valor baixo em relação à rigidez axial EA_0 .

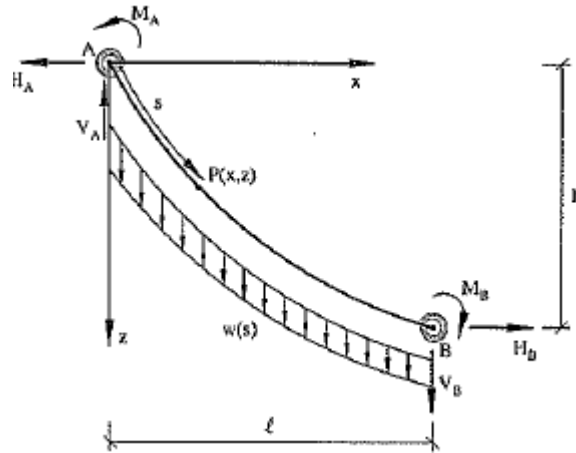


Fig.4.01-Cabo suspenso sob a ação do Peso Próprio e Tensão axial

Com o auxílio da Figura 4.02 é-nos permitido escrever as seguintes equações de equilíbrio a partir do apoio A, que nos foram dadas por Irvine.

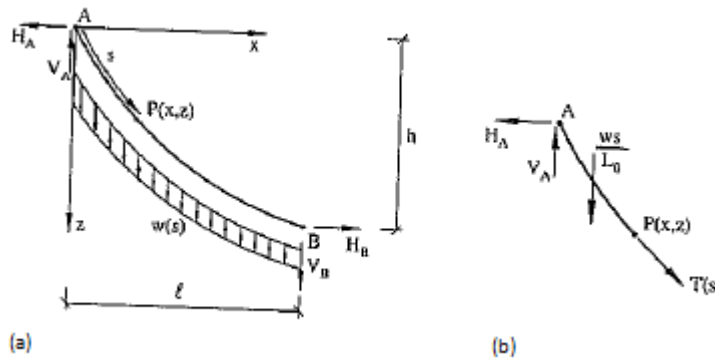


Fig.4.02-Cabo tenso suspenso sob a ação do Peso Próprio: (a) modelo geral simplificado; (b) equilíbrio do segmento AP

$$x(s) = \frac{H_A s}{EA_0} + \frac{H_A L_0}{W} \cdot \left[\sinh^{-1} \left(\frac{V_A}{H_A} \right) - \sinh^{-1} \left(\frac{V_A - Ws/L_0}{H_A} \right) \right] \quad (4.01)$$

$$z(s) = \frac{Ws}{EA_0} \left(\frac{V_A}{W} - \frac{s}{2L_0} \right) + \frac{H_A L_0}{W} \left[\sqrt{1 + \left(\frac{V_A}{H_A} \right)^2} - \sqrt{1 + \left(\frac{V_A - Ws/L_0}{H_A} \right)^2} \right] \quad (4.02)$$

$$T(s) = \sqrt{H_A^2 + \left(V_A - \frac{Ws}{L_0} \right)^2} \quad (4.03)$$

Os parâmetros L_0 e A_0 representam respectivamente o comprimento e a área do cabo indeformado. O T é a tensão axial na secção P do cabo (coordenada s), já w é o peso do cabo que é definido por $W = mgL_0$. As reacções horizontais e verticais do apoio A são definidas respectivamente por H_A e V_A .

As equações (4.01) e (4.02) representam a catenária elástica, constituindo a análise mais correcta de um cabo sujeito ao peso próprio. Para a resolução destas equações é necessário o conhecimento das reacções H_A e V_A , que é feita mediante a introdução das condições de fronteira: $s = 0, x = 0$ e $z = 0$; $s = L_0, x = \ell$ e $z = h$. Assim:

$$\ell = \frac{H_A L_0}{EA_0} + \frac{H_A L_0}{W} \cdot \left[\sinh^{-1} \left(\frac{V_A}{H_A} \right) - \sinh^{-1} \left(\frac{V_A - W}{H_A} \right) \right] \quad (4.04)$$

$$h = \frac{W L_0}{EA_0} \left(\frac{V_A}{W} - \frac{1}{2} \right) + \frac{H_A L_0}{W} \cdot \left[\sqrt{1 + \left(\frac{V_A}{H_A} \right)^2} - \sqrt{1 + \left(\frac{V_A - W}{H_A} \right)^2} \right] \quad (4.05)$$

O conhecimento de H_A e V_A permite-nos obter a tensão máxima instalada no cabo, que ocorre no ponto de cota mais alta, logo $T_{\max} = T_A$ é dado por:

$$T_A = \sqrt{H_A^2 + V_A^2} \quad (4.06)$$

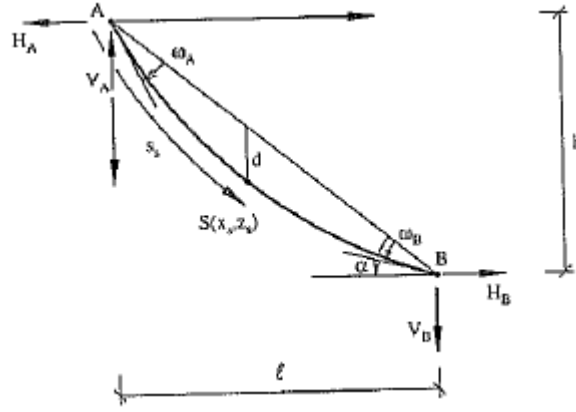


Fig.4.03-Catenária Elástica

Podemos calcular os ângulos de desvio da ancoragem A e B, ω_A e ω_B representado na Figura 4.03.

$$\omega_A = a \tan \left(\frac{V_A}{H_A} \right) - \alpha \quad (4.07)$$

$$\omega_B = \alpha - a \tan \left(\frac{V_B}{H_B} \right) = \alpha - a \tan \left(\frac{V_A - W}{H_A} \right) \quad (4.08)$$

A flecha do cabo d , definida como sendo a máxima distância vertical entre a corda do cabo e o cabo indeformado (ilustrado na Figura 4.03), pode ser obtida a partir do ponto S_5 , definido em coordenadas lagrangeanas por:

$$S_5 = \frac{L_0}{W} \left(V_A - h \frac{H_A}{\ell} \right) \quad (4.09)$$

$$d = z(S_5) - \frac{h}{\ell} x(S_5) \quad (4.10)$$

O comprimento do cabo deformado L_f pode ser obtido por:

$$L_f = L_0 + \frac{H^2 L_0}{2WEA_0} \cdot \left[\frac{V_A}{H_A} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{V_A}{H_A} \right)^2} + \ln \left(\frac{V_A}{H_A} + \sqrt{1 + \left(\frac{V_A}{H_A} \right)^2} \right) - \frac{V_A - W}{H_A} \cdot \sqrt{1 + \left(\frac{V_A - W}{H_A} \right)^2} - \ln \left(\frac{V_A - W}{H_A} + \sqrt{1 + \left(\frac{V_A - W}{H_A} \right)^2} \right) \right] \quad (4.11)$$

Irvine introduziu um parâmetro de grande importância para cabos suspensos, designado por parâmetro de Irvine. Este parâmetro representa uma medida das características geométricas e de deformabilidade do cabo, definido por:

$$\lambda^2 = \left(\frac{mgL}{T} \right)^2 \cdot \frac{L}{\frac{TL_e}{EA_0}} \quad (4.12)$$

Os parâmetros L e T são respectivamente o comprimento do cabo e o esforço axial do tirante na direcção da corda, L_e representa o comprimento virtual do cabo, dado por:

$$L_e = \int_0^L \left(\frac{ds}{dx} \right)^3 dx \approx L \cdot \left\{ 1 + 8 \left(\frac{d}{L} \right)^2 \right\} \quad (4.13)$$

Tendo por base as últimas equações implícitas e recorrendo ao software MatLab para a resolução das mesmas, determinaram-se as características de tensão e deformação dos três tirantes, estando nas tabela 4.02 os principais resultados obtidos.

Tabela 4.02-Características geométricas e mecânicas dos cabos estudados

Cabo	$A(cm^2)$	$EA(KN)$	$m(Kg/m)$	$\ell(m)$	$h(m)$	$\alpha(^{\circ})$	$L(m)$	$L_0(m)$	$L_f(m)$
HC01	46,5	906750	42,9	1,81	34,65	87,0098	34,697	34,700	34,778
HC15	82,5	1608750	74,8	126,05	76,52	31,2596	147,458	147,752	148,145
CN01	153	2907000	133	420	134	17,695	440,858	441,931	442,962

Cabo	$T_A(KN)$	$H_A(KN)$	$V_A(KN)$	$\omega_A(^{\circ})$	$S_s(m)$	$d(m)$	$T_{S_s}(KN)$	$T_B(KN)$	$T_A - T_B$
HC01	2045	107,29	2042,2	0,0172	28,035	0,081	2033,23	2030,43	14,57
HC15	4305,5	3706,84	2190,13	0,6835	81,977	0,573	4275,21	4251,37	54,13
CN01	6850,5	6605,58	1815,4	2,3279	223,874	4,766	6778,79	6720,74	129,76

4.2.3 Parábola Elástica

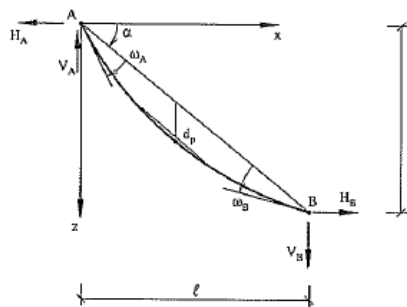


Fig.4.04-Parabolica elástica.

A dificuldade levantada pela utilização das equações da catenária levou à aproximação pela parábola elástica para relações $flecha(d)/vão(L) \leq 0.125$. A equação (4.14) é definida em coordenadas cartesianas:

$$z(x) = \frac{1}{2} \cdot \frac{mg}{H} \sec \alpha \cdot x \cdot (\ell - x) \cdot \left[1 + \frac{\varepsilon}{6} \cdot \left(1 - 2 \frac{x}{\ell} \right) \right] + \frac{h}{\ell} \cdot x \quad (4.14)$$

O parâmetro $\varepsilon = mg\ell \sin \alpha / H$, tem um valor muito reduzido para o caso de cabos que apresentam flecha pequena. Assim, desprezando ε obtém-se uma equação simples da parábola para definir o traçado do tirante.

$$z(x) = \frac{1}{2} \cdot \frac{mg}{H} \sec \alpha \cdot x \cdot (\ell - x) + \frac{h}{\ell} \cdot x \quad (4.15)$$

Em que $T = H \sec \alpha$, representa a força no cabo na secção tangente paralela à corda (Figura 4.04). Usando a aproximação pela parábola elástica, verificamos que a secção em que o esforço axial T é paralelo à corda, ocorre a meio vão, sendo a flecha d_p definida por:

$$d_p = \frac{mgL^2}{8T} \quad (4.16)$$

Os respectivos ângulos de desvio das ancoragens A e B, ω_A e ω_B são definidos por:

$$\omega_A = \omega_B = a \tan \left(\frac{mgL}{2H} + \frac{h}{\ell} \right) - \alpha \quad (4.17)$$

Já o comprimento do cabo deformado L_{fp} pode ser aproximado pela expressão:

$$L_{fp} = L \cdot \left[1 + \frac{8}{3} \cdot \left(\frac{d_p}{L} \right)^2 - \frac{32}{5} \cdot \left(\frac{d_p}{L} \right)^4 \right] \quad (4.18)$$

Na tabela 4.03 estão ilustrados os resultados determinados com o auxílio das equações anteriores para os parâmetros ω_A , d_p e L_{fp} .

Tabela 4.03-Características de deformação dos cabos de estudo

Cabo	$\omega_A(^{\circ})$	$d_p(m)$	$L_{fp}(m)$
HC01	0,0106	0,031	34,697
HC15	0,6085	0,458	146,577
CN01	2,2617	4,627	440,987

4.2.4 Solvia

É agora realizado o cálculo da flecha máxima vertical e o ângulo de desvio por intermédio do programa Solvia. De forma a modelar os três cabos no software solvia é necessário introduzir parâmetros de entrada geométricos e mecânicos dos respectivos cabos. Nos parâmetros de entrada é necessário quantificar o número de nós de cada cabo. Introduzindo-se o número de 101 nós para cada cabo, é garantido um bom comportamento dinâmico dos cabos. Assim, é também garantida uma correcta localização na introdução de uma possível instalação de um amortecedor no cabo, dado este estar dividido em 100 partes. A introdução da extensão dos cabos foi realizada de uma forma iterativa até que T_A fosse igual à verificada na análise da catenária elástica. Na tabela 4.04 estão indicados os respectivos parâmetros de entrada introduzidos para cada cabo.

Tabela 4.04 Parâmetros de entrada (geométricos e mecânicos) dos cabos estudados

Cabo	$E(GPa)$	$A(cm^2)$	$n^{\circ}(nós)$	$m(Kg/m)$	$\rho(Kg/m^3)$	$\ell(m)$	$h(m)$	$\varepsilon(\%)$
HC01	195	46,5	101	42,9	9225,81	1,81	34,65	2,247369
HC15	195	82,5	101	74,8	9066,67	126,05	76,52	2,6395145
CN01	190	153	101	133	8692,81	420	134	2,05201

Na tabela 4.05 foram ilustradas os principais resultados verificados pela análise neste software.

Tabela 4.05-Resultados verificados

Cabo	$T_A(KN)$	$H_A(KN)$	$V_A(KN)$	$\omega_A(^{\circ})$	$d_s(m)$
HC01	2045	106,3	2042,2	0,0106	1,54E-04
HC15	4305,5	3656,5	2273,2	0,6124	0,341
CN01	6850,5	6438,7	2339,2	2,2921	4,257

4.2.5 Análise Comparativa

Determinados d e ω_A dos respectivos cabos para cada um dos métodos de análise, foi realizado um estudo comparativo entre os diferentes métodos para a flecha vertical máxima (Tabela 4.06) e para o ângulo de desvio da ancoragem A (Tabela 4.07).

Tabela 4.06-Análise comparativa da $d(m)$

Cabo	Catenária	Parábola	Erro(%)	Catenária	Solvía	Erro(%)	Parábola	Solvía	Erro(%)
HC01	0,081	0,031	61,73	0,081	1,54E-04	99,81	0,031	1,54E-04	99,50
HC15	0,573	0,458	20,07	0,573	3,41E-01	40,49	0,458	3,41E-01	25,55
CN01	4,766	4,627	2,92	4,766	4,26E+00	10,69	4,627	4,26E+00	8,00

Tabela 4.07-Análise comparativa do $\omega_A(^{\circ})$

Cabo	Catenária	Parábola	Erro(%)	Catenária	Solvía	Erro(%)	Parábola	Solvía	Erro(%)
HC01	0,0172	0,0106	38,37	0,0172	0,0106	38,37	0,0106	0,0106	0,00
HC15	0,6835	0,6085	10,97	0,6835	0,6124	10,40	0,6085	0,6124	0,64
CN01	2,3279	2,2617	2,84	2,3279	2,2921	1,54	2,2617	2,2921	1,33

Para a flecha vertical máxima verificou-se que os erros pelo método de elementos finitos são elevados, sendo que no caso do cabo HC01 este erro é ainda mais expressivo, o que se pode dever ao facto de o cabo HC01 ter uma elevada inclinação. O facto de ocorrerem menores erros entre a Parábola e o Solvia deve-se provavelmente à circunstância de este software ser baseado numa parábola deformada.

Já para a análise comparativa do $\omega_A(^{\circ})$, os erros verificados foram sensivelmente inferiores, também aqui, de uma forma geral, os erros foram mais elevados para o cabo HC01. O erro entre a análise Parábola e Solvia foi muito próximo do zero, o que pode ser devido ao facto do software ser baseado na deformação da parábola elástica.

4.3. Análise Dinâmica de um Tirante

4.3.1 Introdução

O estudo do comportamento dinâmico de tirantes tem constituído um dos maiores desafios no projecto de pontes, procurando meios eficazes de identificação dos seus modos de vibração e respectivas frequências naturais. De seguida, é realizado o estudo dos modos de vibração e respectivas frequências naturais pela teoria das cordas vibrantes, teoria de Irvine e através do software Solvia.

4.3.2 Teoria das Cordas Vibrantes [6]

Um cabo tensionado e fixo em ambas as extremidades constitui um sistema cuja velocidade de propagação de ondas transversais é independente da frequência. Assim, uma solicitação transversal aplicada num qualquer ponto do cabo, origina uma onda estacionária que se propaga até às suas extremidades e é sucessivamente reflectida. A equação (4.14) permite obter as frequências naturais de vibração do cabo f_n , dadas pela Lei de Mersenne/Taylor das cordas vibrantes.

$$f_n = \frac{n}{2L} \sqrt{\frac{T}{m}} \quad (4.14)$$

Analisando a equação (4.14) verificamos que os factores que afectam a formação de ondas estacionárias são: o comprimento da corda do cabo (L), a sua massa por unidade de comprimento (m) e a força de tracção (T). O parâmetro n é a ordem do harmónico ($n = 1$ para o modo fundamental). A velocidade de propagação da onda é igual $\sqrt{T/m}$.

4.3.3 TEORIA DE IRVINE

A teoria linear de um cabo em vibração livre foi estudada por Irvine, para uma razão da flecha(d)/vão(L) ≤ 0.125 . Considerando um cabo horizontal em equilíbrio estático em que um ponto P se encontra numa posição inicial de coordenada $\bar{P}(x, 0, z)$. A aplicação de um pequeno deslocamento, causa movimento ao ponto P para $\bar{P}'(x + u, v, z + w)$, onde u e w representam respectivamente as componentes do movimento longitudinal e vertical, enquanto v representa a componente do movimento horizontal que se encontra fora do plano.

A análise do equilíbrio dinâmico de um segmento de cabo ds leva às seguintes equações:

$$H \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = m \cdot \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \quad (4.15)$$

$$H \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + h_\tau \frac{d^2 z}{dx^2} = m \cdot \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (4.16)$$

$$\frac{h_\tau L_e}{EA_0} = \frac{mg}{H} \int_0^\ell w dx \quad (4.17)$$

Onde H representa a componente horizontal do esforço axial instalado, sendo $h_\tau = \tau dx/ds$. É agora possível quantificar a força dinâmica horizontal do cabo, h :

$$h = h_\tau \frac{dz}{dx} \cdot \frac{\partial w}{\partial x} \quad (4.18)$$

Sendo L_e o comprimento virtual do cabo definido pela equação (4.11)

A equação (4.15) linearizada permite caracterizar o movimento fora do plano, sendo independente de u e w . A equação (4.16) exprime o movimento no plano e é por isso independente de v . Este é um dos

aspectos importantes na teoria linear de vibração de cabos, podendo desta forma o movimento ser analisado considerando duas componentes independentes, fora e no plano. Salienta-se que esta independência do movimento só existe realmente para reduzidos níveis de oscilação do cabo.

4.3.3.1. Oscilação transversal ao plano do cabo

Uma solução geral da obtida em (4.15) é dada por Irvine:

$$v(x, t) = \tilde{v}(x)e^{i\omega t} \quad (4.19)$$

Onde $i^2 = -1$, leva à solução geral que representa as frequências angulares naturais de vibração e os respectivos modos:

$$\omega_n = \frac{n\pi}{\ell} \cdot \sqrt{\frac{H}{m}} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (4.20)$$

$$\tilde{v}_n(x) = A_n \cdot \sin\left(\frac{n\pi x}{\ell}\right) \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (4.21)$$

Onde ω_n representa a frequência angular de ordem n e \tilde{v}_n representa a configuração modal associada.

4.3.3.2 Oscilação no plano do cabo

Já no que diz respeito à oscilação no plano do cabo, e, assumindo que a razão da *flecha*(d)/*vão*(L) ≤ 0.125 , a componente da amplitude do movimento longitudinal é sempre substancialmente inferior à componente da amplitude do movimento vertical. Por esta razão, a caracterização dos modos simétricos e anti-simétricos é feita de acordo com a componente vertical do movimento.

No estudo das frequências de modo no plano do cabo, torna-se relevante a separação do modo simétrico e anti-simétrico, pois apresentam características distintas. Com efeito, a observação da equação (4.18) mostra-nos imediatamente que o movimento simétrico envolve um incremento da componente da tensão, enquanto no movimento anti-simétrico, este incremento deixa de existir, pois $\int_0^\ell w dx = 0$, $h = 0$.

4.3.3.2.1 Modo anti-simétrico no plano

Considerando a substituição das variáveis $u(x, t)$ e $w(x, t)$, que descrevem o movimento da vibração no plano, por:

$$u(x, t) = \tilde{u}(x) \cdot e^{i\omega t} \quad (4.22)$$

$$w(x, t) = \tilde{w}(x) \cdot e^{i\omega t} \quad (4.23)$$

Introduzindo as condições de fronteira $\tilde{w}(0) = \tilde{w}(L) = 0$ nas equações (4.16) e (4.17), obtém-se a seguinte solução para o caso de modos anti-simétricos:

$$\omega_n = \frac{2n\pi}{L} \cdot \sqrt{\frac{H}{m}} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (4.24)$$

A componente vertical do modo de vibração anti-simétrico é dada por:

$$\tilde{w}_n(x) = A_n \cdot \sin\left(\frac{2n\pi x}{L}\right) \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (4.25)$$

Já a componente longitudinal é representada por:

$$\tilde{u}_n(x) = -\frac{1}{2} \left(\frac{mg\ell}{H} \right) \cdot A_n \cdot \left\{ \left(1 - \frac{2x}{\ell} \right) \cdot \sin \left(\frac{2n\pi x}{\ell} \right) + \frac{1 - \cos \left(\frac{2n\pi x}{\ell} \right)}{n\pi} \right\} \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (4.26)$$

Em que A_n é a amplitude da componente vertical no n -ésimo modo anti-simétrico no plano, o valor de A_n é muito pequeno para cabos com curvatura, como é pequena a razão $mg\ell/H$. Deve também ser referido que o máximo deslocamento é alcançado a um quarto do vão para a primeira componente modal. Pode ainda ser observado por esta expressão, que a amplitude da componente longitudinal $B_n = 1/2 \cdot mg\ell \cdot \phi_n$.

4.3.3.2.2 Modo Simétrico no Plano

No caso dos modos simétricos no plano, o incremento do esforço axial no cabo induzido pelo movimento do cabo, que se assume que seja constante ao longo do cabo, é dado por:

$$h_\tau(t) = \tilde{h}_\tau \cdot e^{i\omega t} \quad (4.27)$$

Substituindo as expressões (4.19) e (4.20) em (4.13) e (4.14), para o incremento da tensão do cabo e introduzindo as condições de fronteira, obtém-se a seguinte equação:

$$\tan \frac{\bar{\omega}}{2} = \frac{\bar{\omega}}{2} - \frac{4}{\lambda^2} \left(\frac{\bar{\omega}}{2} \right)^3 \quad (4.28)$$

Onde o $\bar{\omega}$ é um parâmetro adimensional das frequências naturais, definido por:

$$\bar{\omega} = \frac{\omega \ell}{\sqrt{\frac{H}{m}}} \quad (4.29)$$

As componentes longitudinal e vertical do modo simétrico de vibração estão representadas respectivamente nas duas seguintes equações:

$$\tilde{u}(x) = \frac{mg\ell}{H} \cdot C_n \cdot \left[\frac{\bar{\omega}}{\lambda^2} \cdot \frac{Lx}{L_e} - \frac{1}{2} \left(1 - 2 \frac{x}{\ell} \right) \cdot \left\{ 1 - \tan \frac{\bar{\omega}}{2} \cdot \sin \left(\bar{\omega} \frac{x}{\ell} \right) - \cos \left(\bar{\omega} \frac{x}{\ell} \right) \right\} - \frac{1}{\bar{\omega}} \cdot \left\{ \bar{\omega} \frac{x}{\ell} - \tan \frac{\bar{\omega}}{2} \cdot \left(1 - \cos \left(\bar{\omega} \frac{x}{\ell} \right) \right) - \sin \left(\bar{\omega} \frac{x}{\ell} \right) \right\} \right] \quad (4.30)$$

$$\tilde{w}(x) = C_n \cdot \left(1 - \tan \frac{\bar{\omega}}{2} \cdot \sin \left(\bar{\omega} \frac{x}{\ell} \right) - \cos \left(\bar{\omega} \frac{x}{\ell} \right) \right) \quad (4.31)$$

A equação (4.28) é de máxima importância para a teoria de vibração de um cabo. Onde as frequências naturais do modo simétrico do plano têm dependência única do parâmetro independente λ^2 , este representa, como já foi referenciado, uma característica intrínseca do cabo.

4.3.4 Resultados e a respectiva análise comparativa

4.3.4.1 Teoria das Cordas Vibrantes

Os valores das frequências naturais para os três cabos estudados utilizando a equação (4.14) são ilustrados na tabela 4.08.

Tabela 4.08-Primeiras cinco frequências naturais dos cabos estudados (Teoria das Cordas Vibrantes)

Cabo	$L(m)$	$T(KN)$	$m(Kg/m)$	$f_{01}(Hz)$	$f_{02}(Hz)$	$f_{03}(Hz)$	$f_{04}(Hz)$	$f_{05}(Hz)$
HC01	34,697	2033	42,9	3,137	6,274	9,411	12,548	15,685
HC15	147,458	4275	74,8	0,811	1,621	2,432	3,242	4,053
CN01	440,858	6779	133	0,256	0,512	0,768	1,024	1,280

4.3.4.2 Teoria de Irvine

Para a obtenção das frequências naturais dos modos de vibração simétricos ao plano ($n = 1,3,5$), a equação (4.28) foi resolvida, determinando o parâmetro $\bar{\omega}$, através de um programa de cálculo (MatLab). Já para a obtenção das frequências naturais dos modos de vibração anti-simétricos ao plano ($n = 2,4$) foi através da equação (4.24), estando os resultados ilustrados na seguinte tabela.

Tabela 4.09 Primeiras cinco frequências naturais dos cabos estudados (Teoria de Irvine)

Cabo	$L(m)$	$T(KN)$	$m(Kg/m)$	λ^2	$f_{01}(Hz)$	$f_{02}(Hz)$	$f_{03}(Hz)$	$f_{04}(Hz)$	$f_{05}(Hz)$
HC01	34,697	2033	42,9	0,023	3,145	6,274	9,427	12,548	15,711
HC15	147,458	4275	74,8	0,241	0,819	1,621	2,433	3,242	4,054
CN01	440,858	6779	133	3,085	0,286	0,512	0,768	1,024	1,279

4.3.4.3 Teoria das Cordas Vibrantes vs Teoria de Irvine

Na tabela 4.10 é realizada a análise comparativa entre as cinco primeiras frequências obtidas para os três cabos estudados para a Teoria das Corda Vibrante e Teoria de Irvine.

Tabela 4.10 Frequências naturais dos 5 primeiros modos (T. Cordas Vibrantes vs T. Irvine)

Cabo	f_n	Lei cordas vibrantes	Teoria de Irvine	Erro(%)
HC01	1ª	3,137	3,145	0,26
	2ª	6,274	6,274	0,00
	3ª	9,411	9,427	0,16
	4ª	12,548	12,548	0,00
	5ª	15,685	15,711	0,16
HC15	1ª	0,811	0,819	1,00
	2ª	1,621	1,621	0,00
	3ª	2,432	2,433	0,03
	4ª	3,242	3,242	0,00
	5ª	4,053	4,054	0,02
CN01	1ª	0,256	0,286	10,60
	2ª	0,512	0,512	0,00
	3ª	0,768	0,768	0,01
	4ª	1,024	1,024	0,00
	5ª	1,280	1,279	-0,14

A análise da Tabela 4.10 mostra que para os modos anti-simétrico o erro é zero e só poderia ser desta forma visto a fórmula de cálculo ser a mesma. Por conseguinte, esta análise comparativa só tem

interesse para as frequências naturais dos primeiros três modos simétricos. Como seria de esperar para o cabo HC01 o erro para a frequência fundamental é próximo de zero. Este resultado deve-se ao facto de se tratar de um cabo curto, tendo assim um λ^2 próximo de zero. Já o cabo CN01, sendo muito longo ($\lambda^2 > 1$) o erro para a frequência fundamental é elevado. As restantes frequências naturais apresentam erros muito baixos, podendo concluir-se que desde que não seja utilizada para a frequência fundamental em cabos de comprimento médio e longo, a aproximação da Lei das Cordas Vibrantes permite de forma simplificada uma determinação aproximada das frequências naturais.

4.3.4.4 Solvia vs Teoria de Irvine

Foi realizada uma análise dinâmica dos cabos no programa de cálculo Solvia, os resultados das primeiras cinco frequências naturais encontram-se apresentados na tabela 4.11, bem como os erros relativamente aos valores dados pela teoria de Irvine.

Tabela 4.11- Frequências naturais dos 5 primeiros modos (Solvia vs T. Irvine)

cabo	Fn	Solvia	Teoria de Irvine	Erro
HC01	1ª	3,145	3,145	-0,01
	2ª	6,290	6,274	0,26
	3ª	9,437	9,427	0,11
	4ª	12,587	12,548	0,31
	5ª	15,739	15,711	0,18
HC15	1ª	0,817	0,819	-0,28
	2ª	1,622	1,621	0,06
	3ª	2,434	2,433	0,03
	4ª	3,246	3,242	0,11
	5ª	4,059	4,054	0,11
CN01	1ª	0,284	0,286	-0,80
	2ª	0,511	0,512	-0,15
	3ª	0,768	0,768	0,04
	4ª	1,023	1,024	-0,08
	5ª	1,280	1,279	0,07

Analisando a tabela 4.11 verificamos que o erro não é superior a 0.80%. Concluiu-se assim que o resultado é satisfatório.

4.4 EXCITAÇÃO DIRECTA EM TIRANTES DE PONTES

4.4.1 Introdução

Quando estamos perante problemas de engenharia, a acção do vento é geralmente caracterizada por três componentes de velocidade em função do tempo, $U(t)$, $V(t)$ e $W(t)$. Estas componentes dependem da velocidade do vento U , e das componentes $u(t)$, $v(t)$ e $w(t)$:

$$U(t) = U + u(t) \quad (4.32)$$

$$V(t) = v(t) \quad (4.33)$$

$$W(t) = w(t) \quad (4.34)$$

Considerando um corpo (tirante) que se encontra fixo e imerso num escoamento (vento), desenvolvem-se pressões que dependem das características da corrente e da geometria do corpo. Apesar de, na prática, as três componentes da velocidade do vento estarem relacionadas, elas são frequentemente analisadas separadamente para uma maior simplificação.

Considerando um tirante representado por um cilindro não circular de comprimento infinito, as forças geradas por metro são calculadas por integração das pressões geradas à superfície sob as seguintes condições: estando na presença de: (a) um cilindro fixo, imerso num escoamento uniforme; (b) um cilindro fixo, imerso num escoamento turbulento; (c) um cilindro em movimento, imerso num escoamento turbulento. Estas condições independentes permitem identificar e discutir características particulares do escoamento em volta do corpo, como, o coeficiente de forma e a sua variação em relação ao número de Reynolds, a formação de vórtices e o desenvolvimento do amortecimento aerodinâmico.

4.4.1.1 Cilindro fixo imerso num escoamento uniforme

O resultado da acção do vento é expressa num sistema cartesiano (O, d, l) , onde o eixo d é obtido de um sistema (O, x, y) pela rotação de um ângulo β do eixo dos x , de forma a alinhar a acção do vento U (Fig.4.05(a)).

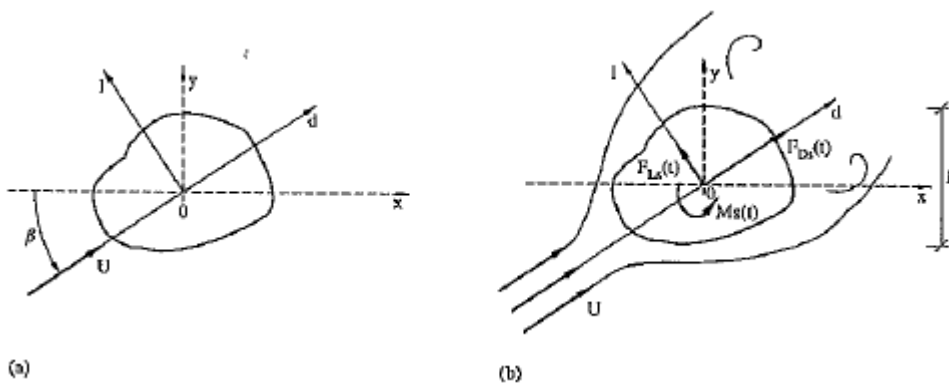


Fig.4.05-Cilindro fixo de comprimento infinito imerso num escoamento uniforme: (a) Sistema cartesiano e velocidade do vento; (b) forças aerodinâmicas

De acordo com a representação da Fig.4.05(b), as duas componentes da força $F_{Ds}(t)$ e $F_{Ls}(t)$, onde $F_{Ds}(t)$ é a componente da força no sentido do vento, e $F_{Ls}(t)$ é a componente da força perpendicular ao vento. Sendo $M_s(t)$ o momento da força do vento, e são definidos:

$$F_{Ds}(t) = F_D + f_{Ds}(t) \quad (4.35)$$

$$F_{Ls}(t) = F_L + f_{Ls}(t) \quad (4.36)$$

$$M_s(t) = M + m_s(t) \quad (4.37)$$

F_D , F_L e M representam a componente de força devida ao vento, enquanto que $f_{Ds}(t)$, $f_{Ls}(t)$ e $m_s(t)$ são as componentes da flutuação do vento. O valor destas componentes é determinado a partir do balanço entre as forças de inércia e viscosas à volta do cilindro e é quantificado através do número de Reynolds, Re , definido:

$$Re = \frac{UB}{\nu} \quad (4.38)$$

B representa a dimensão do cilindro, U é a velocidade uniforme da velocidade do vento e ν é a viscosidade cinemática, que a uma temperatura de 20° apresenta o valor de $0.150 \text{ cm}^2/\text{s}$.

A Fig.4.06 ilustra o comportamento do escoamento com o aumento do número de Reynolds para um cilindro de diâmetro D , ($D = B$).

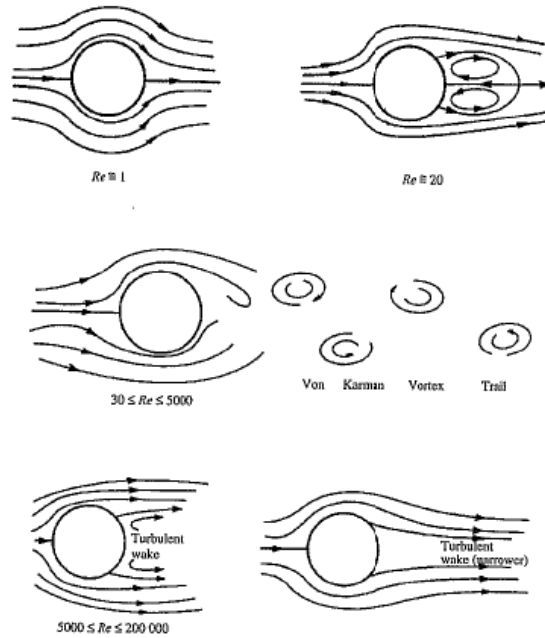


Fig.4.06- Comportamento do escoamento com o aumento do número de Reynolds

As componentes de força devida ao vento F_D , F_L e M , representam a componente estática da força do vento, e podem ser obtidas por:

$$F_D = \frac{1}{2} \rho U^2 B C_D(\beta) \quad (4.39)$$

$$F_L = \frac{1}{2} \rho U^2 B C_L(\beta) \quad (4.40)$$

$$M = \frac{1}{2} \rho U^2 B^2 C_M(\beta) \quad (4.41)$$

Onde a densidade do ar a uma temperatura de 20° é $\rho = 1.2 \text{ kg/m}^3$, B são as dimensões do corpo que num caso de um cilindro circular é igual ao diâmetro. Já $C_D(\beta)$, $C_L(\beta)$ e $C_M(\beta)$ são o coeficiente de forma em cada uma das suas componentes. Estes valores dependem das características da rugosidade do cilindro e do número de Reynolds.

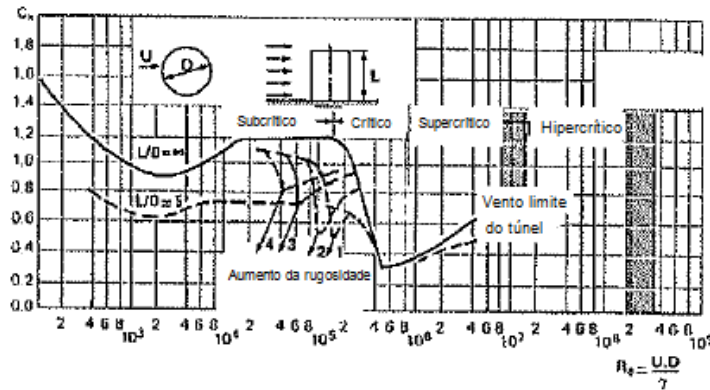


Fig.4.07-Variação de C_D em relação a Re para um cilindro circular para uma corrente uniforme

A Fig.4.07 foi obtida num ensaio num túnel de vento e ilustra a variação do C_D em relação ao Re para um cilindro circular com uma rugosidade variável. Considerando uma variação do diâmetro dos tirantes entre $0.10 - 0.30 \text{ m}$ e uma velocidade do vento entre $5 - 50 \text{ m/s}$, o número de Reynolds em tirantes varia entre $3 \times 10^4 - 3 \times 10^6$. Analisando a figura é possível identificar três regiões definidas por este intervalo do número de Reynolds. Uma, subcrítica que está associado a um Re baixo, caracterizada por apresentar um C_D praticamente constante, ≈ 1.2 . A segunda, uma região crítica, que está associada a uma forte redução do C_D que conforme a rugosidade do cilindro pode baixar para valores ≈ 0.4 , definida $2 \times 10^5 \leq Re \leq 8 \times 10^5$, esta forte redução é devida à transição da corrente lisa para a corrente turbulenta e por último a região supercrítica, em que C_D vai progressivamente aumentando. É de considerar que para ventos de velocidade extrema o $C_D = 0.7$ (secções circulares).

É de notar que para secções não circulares o C_D e C_L podem apresentar valores muito diferentes. Considerando que a força do vento nos cabos das pontes de tirantes pode representar mais do que 50% do total da força transversal, a escolha da secção do cabo pode ser fundamental, nomeadamente para pontes de grande vão.

As componentes de flutuação da acção do vento $f_{Ds}(t)$, $f_{Ls}(t)$ e $m_s(t)$ são associadas principalmente à libertação de vórtices que ocorre na esteira e é aproximadamente:

$$f_{Ds}(t) = \frac{1}{2} \rho U^2 B c_{Ds} \sin(4\pi f_v t) \quad (4.42)$$

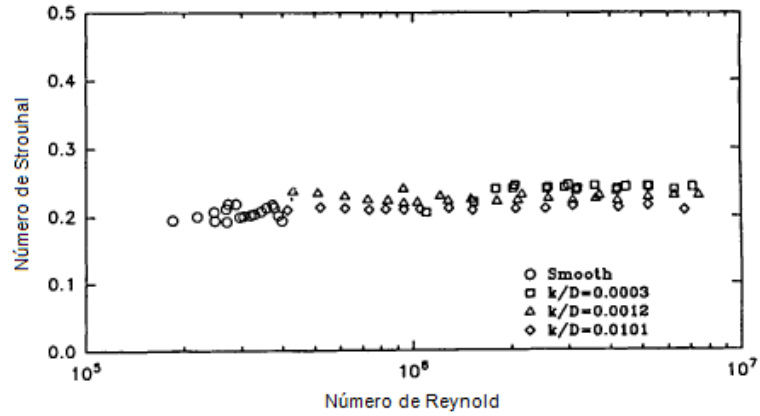
$$f_{Ls}(t) = \frac{1}{2} \rho U^2 B c_{Ls} \sin(2\pi f_v t) \quad (4.43)$$

$$m_s(t) = \frac{1}{2} \rho U^2 B^2 c_{Ms} \sin(2\pi f_v t) \quad (4.44)$$

Onde c_{Ds} , c_{Ls} e c_{Ms} são coeficientes não dimensionais do remoinho e f_v é a frequência da libertação dos vórtices, definido em função do número de Strouhal St .

$$f_v = \frac{U \cdot St}{B} \quad (4.45)$$

O número de Strouhal depende da forma da secção transversal e é aproximadamente constante para certos intervalos do número de Reynolds (Fig.4.08). Para aplicações práticas com cilindros circulares pode ser considerado $St = 0.2$.


 Fig.4.08-Relação entre St e Re para cilindros circulares

4.4.1.2 Cilindro fixo imerso num escoamento turbulento

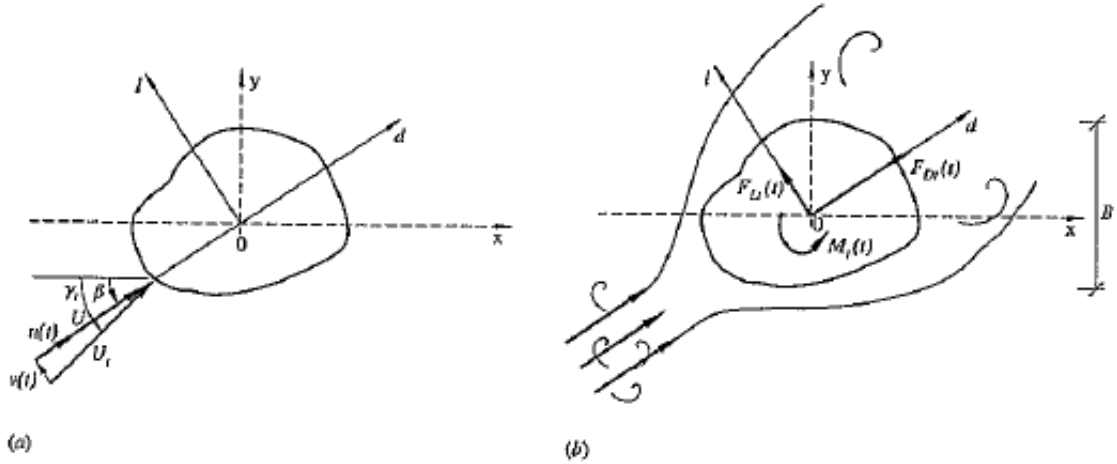


Fig.4.09-Cilindro fixo de comprimento infinito imerso num escoamento turbulento: (a) Sistema cartesiano e velocidade do vento; (b) forças aerodinâmicas

O mesmo cilindro do ponto anterior é agora submerso num escoamento turbulento, que é caracterizado pela velocidade média U , e pelas componentes de flutuação $u(t)$, $v(t)$. (Fig.4.09)

Assumindo pequenos valores de turbulência ($u/U \ll 1$; $v/U \ll 1$), $F_{Dt}(t)$, $F_{Lt}(t)$ e $M_t(t)$ podem ser obtidos por:

$$F_{Dt}(t) = F_{Dt} + f_{Du}(t) + f_{Dv}(t) + f_{Dw}(t) \quad (4.46)$$

$$F_{Lt}(t) = F_{Lt} + f_{Lu}(t) + f_{Lv}(t) + f_{Lw}(t) \quad (4.47)$$

$$M_t(t) = M_t + m_u(t) + m_v(t) + m_w(t) \quad (4.48)$$

Nestas expressões, F_{Dt} , F_{Lt} e M_t representa a força geral do vento e podem ser obtidas em função do correspondente coeficiente de forma $C_{Dt}(\beta)$, $C_{Lt}(\beta)$ e $C_{Mt}(\beta)$:

$$F_{Dt} = \frac{1}{2} \rho U^2 B C_{Dt}(\beta) \quad (4.49)$$

$$F_{Lt} = \frac{1}{2} \rho U^2 B C_{Lt}(\beta) \quad (4.50)$$

$$M_t = \frac{1}{2} \rho U^2 B C_{Mt}(\beta) \quad (4.51)$$

É de notar que a turbulência origina a uma diminuição dos coeficientes de forma. Este facto pode ser reparado pela Fig.4.10, onde está representado a variação do coeficiente de forma com o número de Reynolds para diferentes intensidades de turbulência.

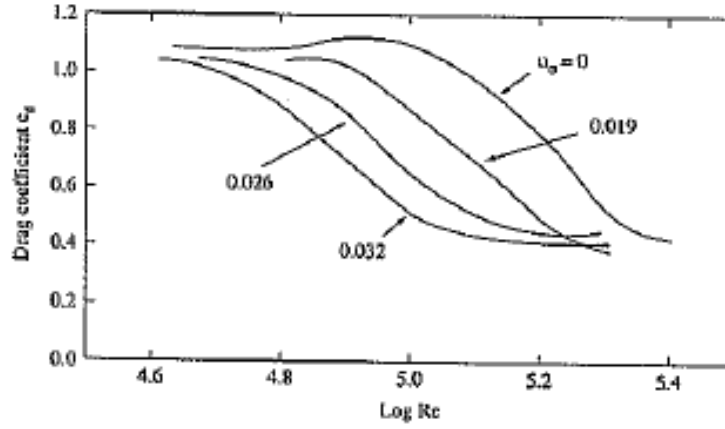


Fig.4.10-Influência de u_σ no C_D para um cilindro circular

Os parâmetros $f_{Du}(t)$, $f_{Lu}(t)$ e $m_u(t)$ representam a força induzida pela turbulência da componente u , enquanto $f_{Dv}(t)$, $f_{Lv}(t)$ e $m_v(t)$ representam a força induzida pela turbulência da componente v . Estas forças são expressas em função do coeficiente de forma $C_{Dt}(\beta)$, $C_{Lt}(\beta)$ e $C_{Mt}(\beta)$, e a das correspondentes derivadas em respeito aos ângulos γ_t e β , $C'_{Dt}(\beta)$, $C'_{Lt}(\beta)$ e $C'_{Mt}(\beta)$ e são obtidas:

$$f_{Du}(t) = \rho U u(t) B C_{Dt}(\beta) \quad (4.52)$$

$$f_{Lu}(t) = \rho U u(t) B C_{Lt}(\beta) \quad (4.53)$$

$$m_u(t) = \rho U u(t) B^2 C_{Mt}(\beta) \quad (4.54)$$

ainda,

$$f_{Dv}(t) = \frac{1}{2} \rho U v(t) B (C'_{Dt}(\beta) - C_{Lt}(\beta)) \quad (4.55)$$

$$f_{Lv}(t) = \frac{1}{2} \rho U v(t) B (C_{Dt}(\beta) + C'_{Lt}(\beta)) \quad (4.56)$$

$$m_v(t) = \frac{1}{2} \rho U v(t) B^2 C'_{Mt}(\beta) \quad (4.57)$$

Finalmente, os parâmetros $f_{Dw}(t)$, $f_{Lw}(t)$ e $m_w(t)$, representam a força produzida pelo vento. À força do vento num escoamento uniforme, é somada a força do vento devido ao escoamento turbulento, levando-nos a estas expressões aproximadas:

$$f_{Dw}(t) = \frac{1}{2} \rho U^2 B c_{Dw}(t) \quad (4.58)$$

$$f_{Lw}(t) = \frac{1}{2} \rho U^2 B c_{Lw}(t) \quad (4.59)$$

$$m_w(t) = \frac{1}{2} \rho U^2 B^2 c_{Mw}(t) \quad (4.60)$$

e $c_{Dw}(t)$, $c_{Lw}(t)$ e $c_{Mw}(t)$, representam respectivamente o coeficiente equivalente d , l e do momento medido pelo remoinho do cilindro.

4.4.1.3 Cilindro em movimento imerso num escoamento turbulento

O cilindro referido em cima é estudado assumindo agora que devido à sua flexibilidade, são possíveis dois movimentos de translação, representados pelas componentes $d(t)$, $l(t)$ e ainda um movimento rotacional, representado pela componente $\theta(t)$ (Fig.4.11).

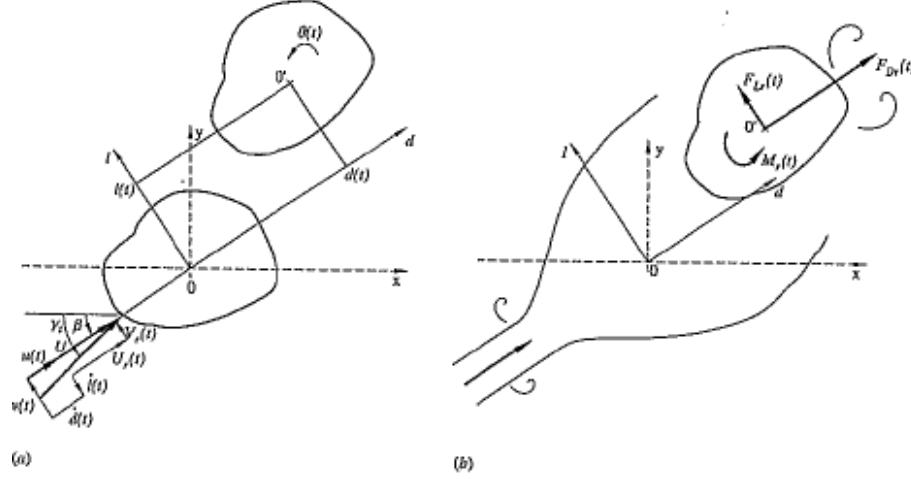


Fig.4.11-Cilindro em movimento de comprimento infinito imerso num escoamento turbulento: (a) sistema cartesiano e velocidade do vento; (b) forças aerodinâmicas.

Devendo o movimento do cilindro ser definido por uma velocidade relativa, que está representado pelos parâmetros $U_r(t)$ e $V_r(t)$, que são respectivamente a componente ao longo da direcção do vento e perpendicularmente à direcção do vento.

$$U_r(t) = U + u(t) - \dot{d}(t) \quad (4.61)$$

$$V_r(t) = v(t) - \dot{l}(t) \quad (4.62)$$

O símbolo $\dot{}$ nas duas equações anteriores representa a derivada em ordem ao tempo.

Considerando um pequeno deslocamento e uma pequena turbulência e assumindo que o cilindro está quase estacionário, as forças resultantes que actuam no cilindro, $F_{Dr}(t)$, $F_{Lr}(t)$ e $M_r(t)$ podem ser aproximadamente:

$$F_{Dr}(t) = F_{Dt} + f_{Du}(t) + f_{Dv}(t) + f_{Dw}(t) + f_{Dq}(t) + f_{D\dot{q}}(t) \quad (4.63)$$

$$F_{Lr}(t) = F_{Lt} + f_{Lu}(t) + f_{Lv}(t) + f_{Lw}(t) + f_{Lq}(t) + f_{L\dot{q}}(t) \quad (4.64)$$

$$M_r(t) = M_t + m_u(t) + m_v(t) + m_w(t) + m_{\theta q}(t) + m_{\theta\dot{q}}(t) \quad (4.65)$$

Os primeiros quatro parâmetros podem ser calculados, da mesma forma, para um cilindro fixo imerso num escoamento turbulento, já os últimos dois parâmetros são as forças de interacção geradas pelo deslocamento e velocidade do cilindro:

$$f_{Dq}(t) = -\frac{1}{2}\rho U^2 \theta(t) B C'_{Dt}(\beta) \quad (4.66)$$

$$f_{Lq}(t) = -\frac{1}{2}\rho U^2 \theta(t) B C'_{Lt}(\beta) \quad (4.67)$$

$$m_{\theta q}(t) = -\frac{1}{2}\rho U^2 \theta(t) B^2 C'_{Mt}(\beta) \quad (4.68)$$

$$f_{D\dot{q}}(t) = -\rho U \dot{d}(t) B C_{Dt}(\beta) - \frac{1}{2}\rho U \dot{l}(t) B (C'_{Dt}(\beta) - C_{Lt}(\beta)) \quad (4.69)$$

$$f_{L\dot{q}}(t) = -\rho U \dot{d}(t) B C_{Lt}(\beta) - \frac{1}{2}\rho U \dot{l}(t) B (C'_{Lt}(\beta) + C_{Dt}(\beta)) \quad (4.70)$$

$$m_{\theta\dot{q}}(t) = -\rho U \dot{d}(t) B^2 C_{Lt}(\beta) - \frac{1}{2} \rho U \dot{l}(t) B^2 C'_{Mt}(\beta) \quad (4.71)$$

4.4.2 Cálculo da força do vento

Por simplificação foi calculada a força provocada pelo vento em cada um dos cabos através da equação (4.39), para as velocidades do vento de 15,30 e 50 m/s a uma temperatura de 20°. O $B(m)$ foi estimado. Foi utilizado um $C_D(\beta)$ para todos os cabos e velocidades igual a 0,7. Desta forma a seguinte tabela representa a força provocada pela acção do vento nos três cabos para as diferentes velocidades.

Tabela 4.12-Força Induzida pela acção do vento

Cabo	$U(m/s)$	$\rho(kg/m^3)$	$B(m)$	$C_D(\beta)$	$F_D(N/m)$
HC01	15	1,2	0,16	0,7	15,12
	30	1,2	0,16	0,7	60,48
	50	1,2	0,16	0,7	168,00
HC15	15	1,2	0,20	0,7	18,90
	30	1,2	0,20	0,7	75,60
	50	1,2	0,20	0,7	210,00
CN01	15	1,2	0,30	0,7	28,35
	30	1,2	0,30	0,7	113,40
	50	1,2	0,30	0,7	315,00

Na introdução dos dados, no software Solvia, desta força uniformemente distribuída, é necessário determinar a força aplicada em cada nó dos respectivos cabos. Na seguinte tabela é então quantificada a força provocada pelo vento em cada um dos nós dos cabos para as diferentes velocidades.

Tabela 4.13-Força Induzida pela acção do vento em cada nó

Cabo	$U(m/s)$	nós(n°)	$L(m)$	$F_D(N/m)$	$F_D(N/nó)$
HC01	15	99	34,7	15,12	5,30
	30	99	34,7	60,48	21,20
	50	99	34,7	168,00	58,88
HC15	15	99	147,5	18,90	28,16
	30	99	147,5	75,60	112,64
	50	99	147,5	210,00	312,88
CN01	15	99	440,9	28,35	126,26
	30	99	440,9	113,40	505,03
	50	99	440,9	315,00	1402,86

Porém no software Solvia é apenas permitido introduzir forças de translação com direcção "x", "y" ou "z", e sendo esta força perpendicular ao cabo (inclinado), é necessário calcular a força F_y e F_z que corresponda à mesma força perpendicular ao cabo. Na tabela 4.14 encontra-se ilustrado o resultado da força F_y e F_z .

Tabela 4.14-Força Induzida pela acção do vento em cada nó

Cabo	$U(m/s)$	$F_D(N/nó)$	$\alpha(^{\circ})$	$F_{Dy}(N/nó)$	$F_{Dz}(N/nó)$
HC01	15	5,30	87,0098	5,293	0,276
	30	21,20	87,0098	21,171	1,106
	50	58,88	87,0098	58,800	3,071
HC15	15	28,16	31,2596	14,613	24,072
	30	112,64	31,2596	58,451	96,287
	50	312,88	31,2596	162,359	267,458
CN01	15	126,26	17,6950	38,378	120,286
	30	505,03	17,6950	153,504	481,136
	50	1402,86	17,6950	426,400	1336,488

É necessário introduzir esta força na análise dinâmica na forma sinusoidal, que é definida pela seguinte equação:

$$F'_{Dy,z} = F_{Dy,z} \cdot \sin(\omega_n t) \quad (4.72)$$

Apenas calculei a amplitude da vibração do cabo para a frequência fundamental, que embora não seja sempre a frequência mais desfavorável (pois não é fácil verificar para que modo é a frequência natural mais desfavorável) é aquela que normalmente se utiliza no dimensionamento [3]. Assim, utilizando a equação (4.72) no programa de cálculo Excel calculou-se a respectiva força sinusoidal para diferentes t . O espaçamento do t foi calculado:

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{(20 * 3.145)} \approx 0.015s$$

Sendo T o período, a frequência corresponde à maior das três frequências fundamentais dos três cabos multiplicados por 20, assim, o período é definido por pelo menos 20 pontos, dando-nos desta forma uma boa aproximação da força na forma sinusoidal. Nas três figuras seguintes podemos ver três exemplos da força induzida pelo vento na forma sinusoidal.

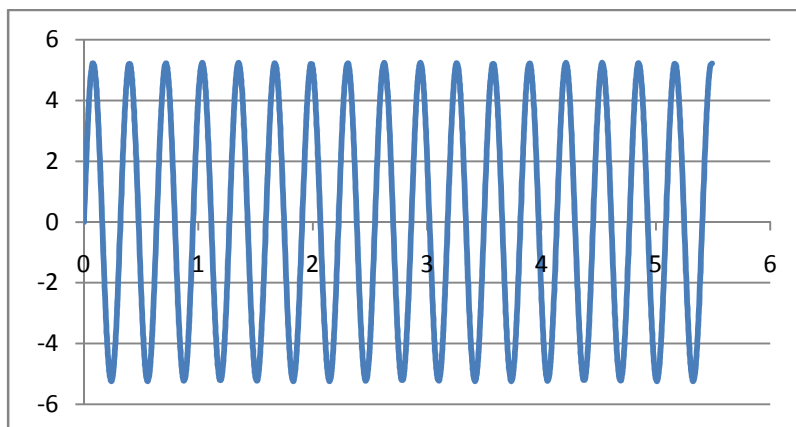


Figura 4.12- F'_{Dy} no cabo HC01 para $U = 15 \text{ m/s}$

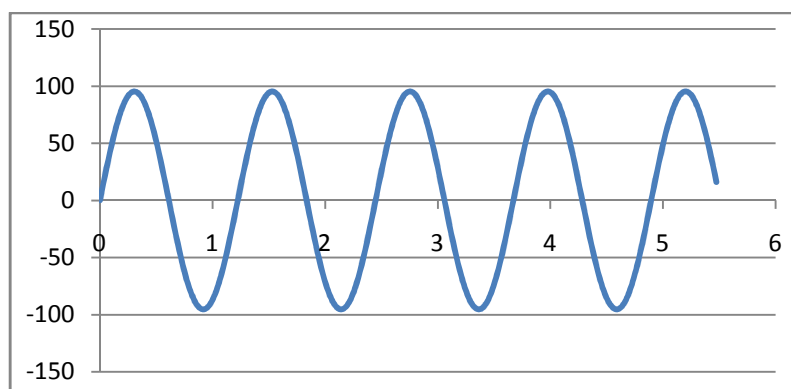


Figura 4.13- F'_{Dz} no cabo HC15 para $U = 30 \text{ m/s}$

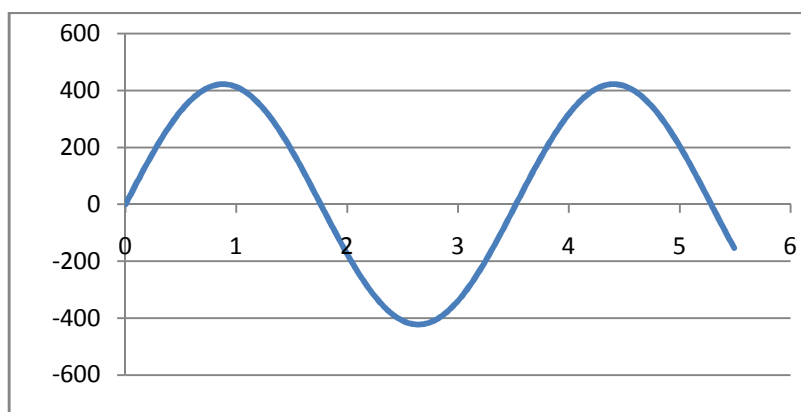


Figura 4.14- F'_{Dy} no cabo Normandia para $U = 50 \text{ m/s}$

4.5 Amortecimento total do cabo

4.5.1 Introdução

O amortecimento total do cabo sem que esteja instalado um amortecedor é igual ao amortecimento intrínseco do cabo somado com o amortecimento aerodinâmico do cabo. Assim, o amortecimento próprio do cabo é igual:

$$\xi_{tot} = \xi_{int} + \xi_{aer} \quad (4.73)$$

O amortecimento intrínseco de um cabo difere de cabo para cabo, porém, este apresenta um valor médio de 0.13%. Quanto ao amortecimento aerodinâmico é definido pelas duas seguintes expressões, em que a primeira corresponde ao amortecimento aerodinâmico do cabo na direcção do vento, enquanto a segunda equação representa o amortecimento aerodinâmico do cabo perpendicularmente à direcção do vento.

$$\xi_{aer,kD} = \frac{\rho U B C_D}{2m\omega_k} \quad (4.74)$$

$$\xi_{aer,kL} = \frac{\rho U B C_D}{4m\omega_k} \quad (4.75)$$

Destas duas equações podemos concluir que o amortecimento aerodinâmico aumenta com o aumento da velocidade do vento. É de reparar que o coeficiente de amortecimento aerodinâmico ao longo da direcção do vento é duas vezes superior ao verificado para o perpendicular à direcção do vento, o que pode contribuir para o facto de os maiores problemas de vibração em pontes de tirantes ocorrerem no plano do cabo.

4.5.2 Cálculo do amortecimento total dos cabos

Na tabela seguinte está calculado o amortecimento aerodinâmico para os três cabos em estudo para uma velocidade média do vento de 15 m/s.

Tabela 4.15-Cálculo do coeficiente do amortecimento aerodinâmico

Cabo	$U(m/s)$	$\rho(kg/m^3)$	$B(m)$	C_D	$m(Kg/m)$	$\omega_1(rad/s)$	$\xi_{aer,1D}(\%)$	$\xi_{aer,1L}(\%)$
HC01	15	1,2	0,16	0,7	42,9	19,761	0,12	0,06
	30	1,2	0,16	0,7	42,9	19,761	0,24	0,12
	50	1,2	0,16	0,7	42,9	19,761	0,40	0,20
HC15	15	1,2	0,20	0,7	74,8	5,133	0,33	0,16
	30	1,2	0,20	0,7	74,8	5,133	0,66	0,33
	50	1,2	0,20	0,7	74,8	5,133	1,09	0,55
CN01	15	1,2	0,30	0,7	133	1,784	0,80	0,40
	30	1,2	0,30	0,7	133	1,784	1,59	0,80
	50	1,2	0,30	0,7	133	1,784	2,65	1,33

Considerando um amortecimento intrínseco para cada um dos cabos igual a 0.13%, temos assim na tabela 4.16 o respectivo amortecimento total para os três cabos e para as diferentes velocidades:

Tabela 4.16-Cálculo do coeficiente do amortecimento total dos cabos estudados para a respectiva velocidade

Cabo	$U(m/s)$	$\xi_{aer,1D}(\%)$	$\xi_{aer,1L}(\%)$	$\xi_{int}(\%)$	$\xi_{tot,1D}(\%)$	$\xi_{tot,1L}(\%)$
HC01	15	0,12	0,06	0,13	0,25	0,19
	30	0,24	0,12	0,13	0,37	0,25
	50	0,40	0,20	0,13	0,53	0,33
HC15	15	0,33	0,16	0,13	0,46	0,29
	30	0,66	0,33	0,13	0,79	0,46
	50	1,09	0,55	0,13	1,22	0,68
CN01	15	0,80	0,40	0,13	0,93	0,53
	30	1,59	0,80	0,13	1,72	0,93
	50	2,65	1,33	0,13	2,78	1,46

4.6 Análise da resposta dinâmica

4.6.1 Introdução

Antes de analisarmos a resposta dinâmica para os três cabos no programa de cálculo Solvia é necessário desenvolver alguns fundamentos teóricos sobre a resposta dinâmica de um cabo que apresenta amortecimento. Desta forma pode-se calcular a amplitude da resposta dinâmica esperada em cada um dos cabos e introduzir correctamente o amortecimento total do cabo no programa Solvia, dado este ser introduzido pelo comando do amortecimento de Rayleigh. A teoria que se apresenta de seguida foi obtida através do livro “Dynamics of structures” de Ray Clough e Joseph Penzien [19].

4.6.2 Resposta dinâmica de um cabo com amortecimento [19]

A equação do movimento de uma estrutura com amortecimento é:

$$\phi_n^T m \Phi \ddot{Y} + \phi_n^T c \Phi \dot{Y} + \phi_n^T k \Phi Y = \phi_n^T p(t) \quad (4.76)$$

Sendo que os modos de vibração ϕ são ortogonais em relação à matriz de rigidez e à da massa:

$$\phi_m^T m \phi_n = 0 \quad m \neq n \quad (4.77)$$

$$\phi_m^T k \phi_n = 0 \quad m \neq n \quad (4.78)$$

Uma relação similar é aplicada à expressão de amortecimento, se esta tiver as condições ortogonais para a matriz de amortecimento, assim:

$$\phi_m^T c \phi_n = 0 \quad m \neq n \quad (4.79)$$

Sendo assim, para este caso, a expressão (4.76) pode ser formulada da seguinte maneira:

$$M_n \ddot{Y}_n + C_n \dot{Y}_n + K_n Y_n = P_n(t) \quad (4.80)$$

Ou em alternativa,

$$\ddot{Y} + 2\xi_n\omega_n\dot{Y}_n + \omega_n^2 Y_n = \frac{P_n(t)}{M_n} \quad (4.81)$$

No qual,

$$M_n = \phi_n^T m \phi_n \quad (4.82)$$

$$C_n = \phi_n^T c \phi_n = 2\xi_n\omega_n M_n \quad (4.83)$$

$$K_n = \phi_n^T k \phi_n = \omega_n^2 M_n \quad (4.84)$$

$$P_n(t) = \phi_n^T p(t) \quad (4.85)$$

É geralmente mais conveniente e fisicamente razoável definir o amortecimento pelo factor de amortecimento para cada modo ξ_n , do que calcular o coeficiente de amortecimento da matriz c , assim:

$$\xi_n = \frac{1}{2\omega_n} \sum_b a_b \omega_n^{2b} \quad (4.86)$$

Onde a_b são factores proporcionais.

4.6.3 Cálculo da amplitude da resposta dinâmica

Podemos calcular através da equação (4.81) a amplitude da resposta dinâmica esperada em cada um dos cabos, estando estes numa posição horizontal:

HC01:

$$M = \frac{mL}{2} = \frac{42,9 \cdot 34,697}{2} = 744,25 \text{ kg} \quad K = M\omega^2 = 744,25 \cdot (3,145 \cdot 2\pi)^2 = 290616,49$$

$$\int_0^L P(t) \sin \frac{\pi x}{L} = P \cdot \frac{2L}{\pi} = 15,12 \cdot \frac{2 \cdot 34,697}{\pi} = 333,98 \text{ N}$$

$$A = \frac{p_0}{K} \cdot \frac{1}{2\xi} = \frac{333,98}{290616,49} \cdot \frac{1}{2 \cdot 0,0019} = 0,302 \text{ m}$$

HC15:

$$M = \frac{mL}{2} = \frac{74,8 \cdot 147,458}{2} = 5514,93 \text{ kg} \quad K = M\omega^2 = 5514,93 \cdot (0,817 \cdot 2\pi)^2 = 145326,18$$

$$\int_0^L P(t) \sin \frac{\pi x}{L} = P(t) \cdot \frac{2L}{\pi} = 18,90 \cdot \frac{2 \cdot 147,458}{\pi} = 1774,23 \text{ N}$$

$$A = \frac{p_0}{K} \cdot \frac{1}{2\xi} = \frac{1774,23}{145326,18} \cdot \frac{1}{2 \cdot 0,0029} = 2,105 \text{ m}$$

CN01:

$$M = \frac{mL}{2} = \frac{133,0 \cdot 440,858}{2} = 29317,06 \text{ kg} \quad K = M\omega^2 = 29317,06 \cdot (0,284 \cdot 2\pi)^2 = 93350,53$$

$$\int_0^L P(t) \sin \frac{\pi x}{L} = P(t) \cdot \frac{2L}{\pi} = 28,35 \cdot \frac{2 \cdot 440,858}{\pi} = 7956,68 \text{ N}$$

$$A = \frac{p_0}{K} \cdot \frac{1}{2\xi} = \frac{7956,68}{93350,53} \cdot \frac{1}{2 \cdot 0,0053} = 8,041 \text{ m}$$

Calculada analiticamente a amplitude esperada é de seguida calculada a amplitude da resposta dinâmica dos três cabos no programa solvia. Começamos por calcular os factores proporcionais.

Pela equação (4.86) podemos calcular os factores proporcionais. Na Tabela 4.17 está ilustrado o resultado utilizando apenas um factor proporcional, pois ao utilizar o programa Solvia constatamos que o amortecimento do cabo é apenas proporcional à massa.

Tabela 4.17-Factor proporcional, a_0

Cabo	$U(m/s)$	$\xi_{tot,1L}(\%)$	$f_1(Hz)$	a_0
HC01	15	0,19	3,145	0,07509
	30	0,25	3,145	0,09880
	50	0,33	3,145	0,13042
HC15	15	0,29	0,817	0,02977
	30	0,46	0,817	0,04723
	50	0,68	0,817	0,06981
CN01	15	0,53	0,284	0,01891
	30	0,93	0,284	0,03319
	50	1,46	0,284	0,05211

É necessário verificar se o amortecimento para este factor proporcional é mesmo o desejado. A verificação é feita através da seguinte equação (Fig.4.15):

$$A_t = A \cdot e^{-\xi\omega t} \quad (4.87)$$

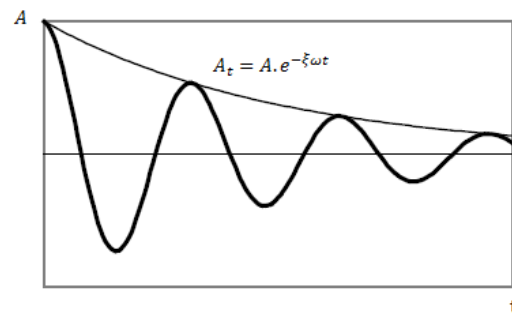


Figura 4.15-Equação (4.87).

De forma a simplificar, a partir de agora, apenas se estudará o comportamento do cabo para a velocidade de 15 m/s . Assim, foi realizada a verificação se o amortecimento próprio era igual ao esperado utilizando o a_0 .

Tabela 4.18-Verificação do amortecimento total

Cabo	$\xi_{tot,1L}(\%)$	$\xi_{verificação}(\%)$
HC01	0,19	0,193
HC15	0,29	0,284
CN01	0,53	0,492

Verifica-se que o amortecimento próprio é praticamente igual ao esperado, apenas o cabo CN01 apresenta um amortecimento ligeiramente inferior ao esperado, porém, o erro deve ser do processo de cálculo efectuado na verificação, pois no caso do CN01, apenas tenho à disposição os valores da amplitude num espaçamento de $0,045\text{s}$, ao contrário dos respectivos $0,005\text{s}$ e $0,015\text{s}$ para os cabos HC01 e HC15.

É finalmente possível calcular pelo programa Solvia a amplitude dinâmica. Nas três figuras seguintes estão apresentados a amplitude dinâmica dos três cabos inclinados. Devido ao facto de os cabos serem inclinados, os deslocamentos em ordem a t devido à força sinusoidal do vento a uma velocidade de 15 m/s estão representados tanto na direcção y , como z .

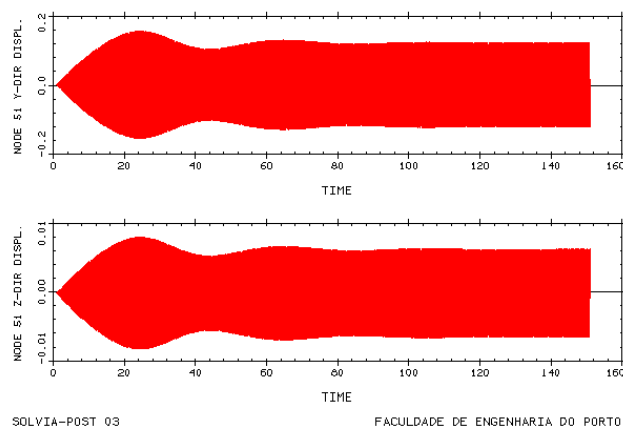


Figura 4.16- Deslocamentos do cabo HC01 em função ao tempo.

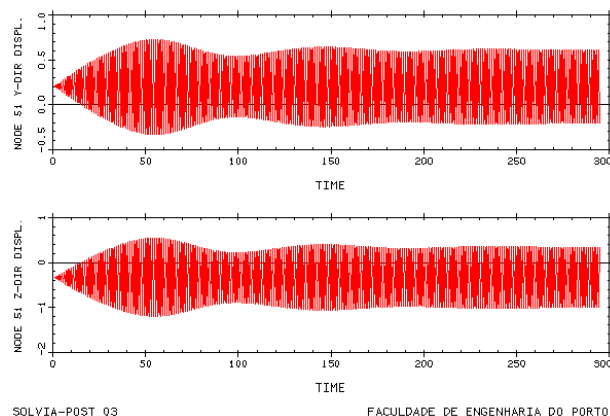


Figura 4.17- Deslocamentos do cabo HC15 em função ao tempo.

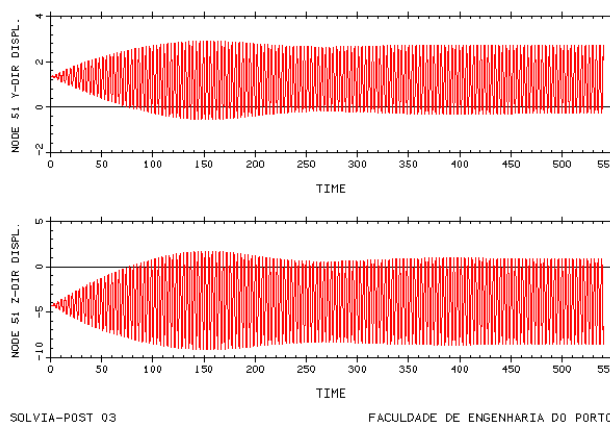


Figura 4.18- Deslocamentos do cabo CN01 em função ao tempo.

Na tabela 4.20 está representada a amplitude dinâmica verificada para cada um dos cabos. Também é realizada uma análise comparativa entre o resultado verificado analiticamente e o resultado verificado no software Solvia.

Tabela 4.19-Comparação da amplitude dinâmica (Solvía vs Formulação analítica)

Cabo	Solvía	Formulação Analítica	
	Amplitude (m)	Amplitude (m)	Erro (%)
HC01	0,123	0,302	59,3
HC15	0,785	2,105	62,7
CN01	4,924	8,041	38,8

O erro verificado é elevado. Tendo em conta que a formulação analítica é para cabos horizontais, é interessante realizar uma análise no programa solvia para os cabos, mas estando estes numa posição horizontal. Assim, nas três figuras seguintes estão apresentados os deslocamentos em ordem ao tempo:

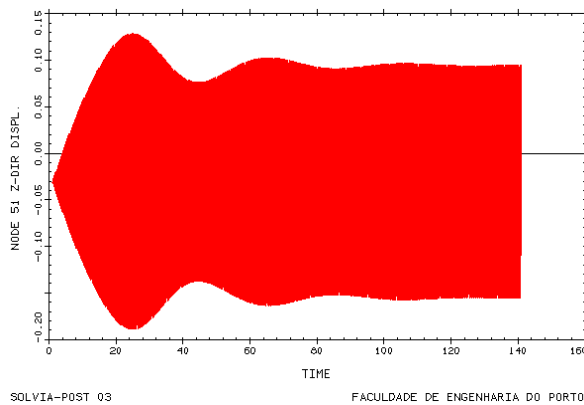


Fig.4.19-Oscilação do HC01 (cabo horizontal)

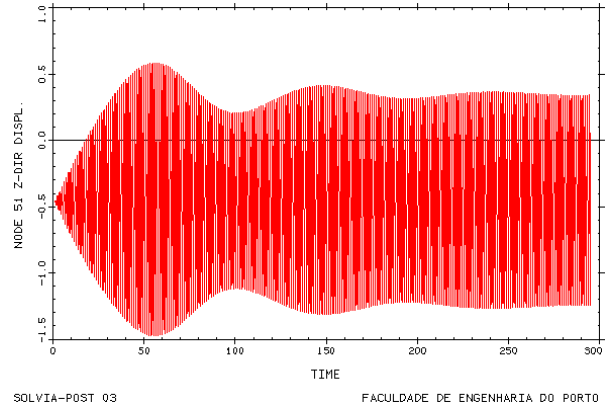


Fig.4.20-Oscilação do HC15 (cabo horizontal)

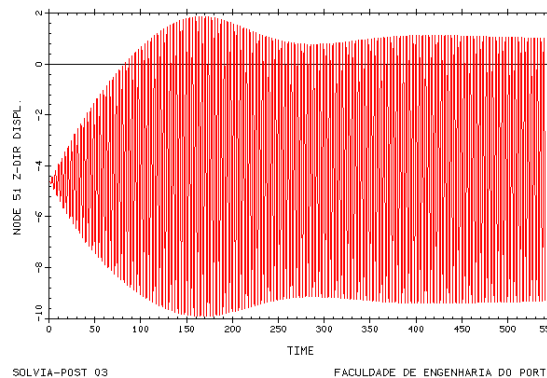


Fig.4.21-Oscilação do CN01 (cabo horizontal)

Na tabela 4.21 está ilustrado a amplitude dinâmica verificada nos cabos em estudo, mas numa posição horizontal. Na mesma tabela é ainda realizado um estudo comparativo entre os resultados obtidos no programa Solvia entre os cabos em posição inclinada e horizontal.

Tabela 4.20-Comparação da amplitude dinâmica (Cabo inclinado vs Cabo horizontal)

Solvía	Cabo Inclinado	Cabo horizontal	
Cabo	Amplitude (m)	Amplitude (m)	Erro (%)
HC01	0,123	0,125	1,6
HC15	0,785	0,792	0,9
CN01	4,924	5,182	5,0

A Tabela 4.21 mostra que a diferença é pequena, embora no caso do cabo CN01, apresentar um erro de 5%. Verifica-se ainda que a amplitude dinâmica verificada para os cabos horizontais apresenta um valor mais próximo do verificado na formulação analítica, porém numa grandeza insignificante.

Assim é realizado um estudo da amplitude dinâmica verificada nos cabos em análise, porém apresentando um amortecimento próprio de 2%.

Em primeiro lugar é calculada a amplitude da resposta dinâmica através da formulação analítica:

HC01:

$$A = \frac{p_0}{K} \cdot \frac{1}{2\xi} = \frac{333,98}{290616,49} \cdot \frac{1}{2 \cdot 0,02} = 0,0287m$$

HC15:

$$A = \frac{p_0}{K} \cdot \frac{1}{2\xi} = \frac{1774,23}{145326,18} \cdot \frac{1}{2 \cdot 0,02} = 0,305m$$

CN01:

$$A = \frac{p_0}{K} \cdot \frac{1}{2\xi} = \frac{7956,68}{93350,53} \cdot \frac{1}{2 \cdot 0,02} = 2,131m$$

Calculada a amplitude dinâmica através da formulação analítica, é agora calculada a mesma amplitude através do programa Solvia para os cabos numa posição horizontal.

Em primeiro lugar é calculado pela equação (4.86) o factor proporcional para cada um dos cabos (Tabela.4.22).

Tabela 4.21-Factor proporcional para um $\xi_{tot,1L} = 2\%$.

Cabo	$\xi_{tot,1L}(\%)$	$f_1(Hz)$	a_0
HC01	2,00	3,145	0,79042
HC15	2,00	0,817	0,20533
CN01	2,00	0,284	0,07138

Nas três figuras seguintes estão ilustrados os deslocamentos em ordem a t para cada um dos cabos, para um amortecimento próprio de 2%.

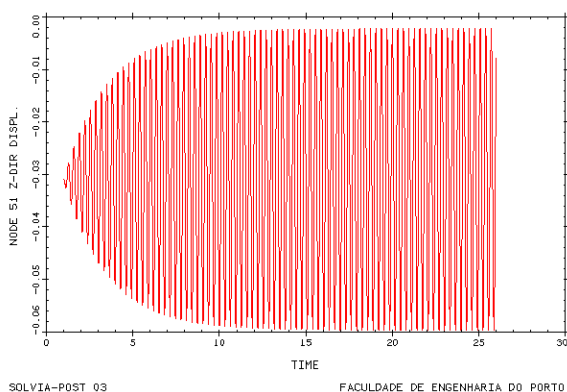


Fig.4.22-Oscilação do HC01 ($\xi_{tot,1L} = 2\%$)

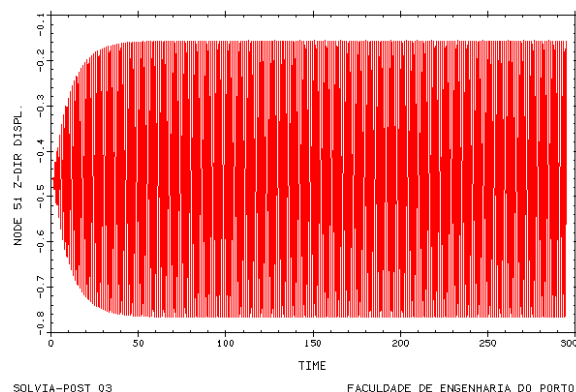
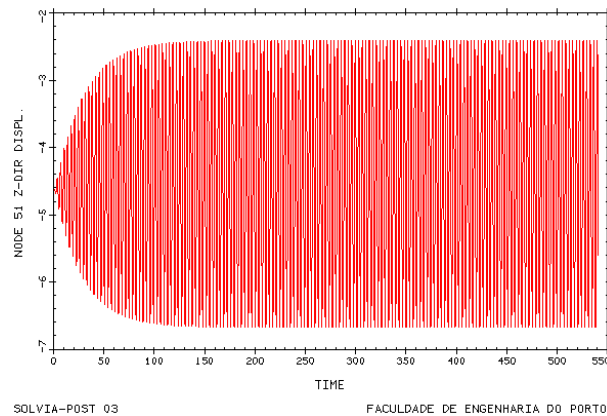


Fig.4.23-Oscilação do HC15 ($\xi_{tot,1L} = 2\%$)

Fig.4.24-Oscilação do CN01 ($\xi_{tot,1L} = 2\%$).

De seguida, estão ilustrados os resultados da amplitude dinâmica fornecidos pelo programa Solvia e a comparação destes com o calculado pela análise analítica (Tabela 4.23).

Tabela 4.22-Comparação da amplitude dinâmica para um $\xi_{tot,1L} = 2\%$ (Solvia vs Formulação analítica)

	Solvia	Formulação Analítica	
Cabo	Amplitude (m)	Amplitude (m)	Erro (%)
HC01	0,0287	0,0287	0,0
HC15	0,305	0,305	0,0
CN01	2,135	2,131	0,2

Constata-se que para um amortecimento alto nos cabos, não ocorre qualquer erro entre a formulação analítica e o software Solvia. O erro, quando o amortecimento é baixo, pode dever-se a um erro de discretização que assume grande importância quando o amortecimento é baixo. O erro de discretização é o erro resultante do facto de uma função de uma variável continua estar representada num programa de computador por um número de elementos finitos. Este erro pode normalmente ser reduzido no uso de um maior número de elementos finitos [20]. Sendo assim, foi calculada, de seguida, a amplitude dinâmica para o cabo inclinado CN01, porém, desta vez, para um número de nós = 501.

Porém, ao aumentarmos o número de nós, a amplitude dinâmica permanece inalterada. Também o Δt usado apresenta um valor adequado, por conseguinte o erro de discretização que tem em conta o passo da integração também está colocada de parte.

Não obstante a existência de um erro no “input” introduzido no programa Solvia, para cabos com baixo amortecimento, continuarei a dissertação.

4.7 Dimensionamento de um amortecedor passivo óptimo

4.7.1 Introdução

Como já foi referido no capítulo anterior, os amortecedores passivos em cabos são um mecanismo de amortecimento muito útil, pois os cabos apresentam um amortecimento próprio relativamente baixo. A maioria das vibrações nos cabos é devida à combinação das acções do vento e da chuva. Para garantir a segurança nestes casos é necessário os cabos apresentarem um número de Scruton S_{c0} ($S_{c0} = m\xi/\rho D^2$) maior do que 10, sendo necessário apresentar uma razão de amortecimento ξ adequada, onde 0.7% é suficiente para evitar este tipo de problemas de vibrações.

Apesar disto é recomendável fazer um estudo particular a cada cabo, onde para um particular vento ou acção é especificado a máxima amplitude de oscilação dos cabos.

Dado que a razão do amortecimento próprio dos cabos apresenta geralmente valores entre 0.05% a 0.5%, devem ser instaladas medidas de amortecimento mecânicas no cabo de forma a garantir o nível de amortecimento requerido.

Com este ponto não se pretende calcular o amortecedor passivo que se instalará nos cabos à tracção em estudo. Se necessário, esse amortecedor será calculado no ponto (4.8) para a amplitude máxima de oscilação que os cabos em estudo podem atingir. O ponto seguinte apresenta a teoria ao dimensionamento de um amortecedor.

4.7.2 Estado de arte

O problema da definição das características óptimas de um amortecedor passivo a instalar perto das ancoragens de um cabo foi estudado por Kovács [3]. Este, propôs um método prático de estimação do amortecimento, que definia empiricamente o máximo amortecimento modal conseguido. Yoneda e Maeda [3] desenvolveram uma equação empírica que definia o tamanho do amortecedor óptimo e o correspondente amortecimento modal. Uno [3] prolongou este trabalho introduzindo um coeficiente de amortecimento não dimensional. Porém, foi Pacheco [3] que introduziu a curva universal para a estimação do amortecimento modal dos cabos, tendo em consideração os seguintes parâmetros: razão do amortecimento, número de modo, tamanho do amortecedor, comprimento do cabo, massa e frequência fundamental. Esta curva universal pode ser utilizada para cabos tensos ($\lambda^2 < 1$), em que a distância do amortecedor à ancoragem apresenta um comprimento de 1% – 10% do comprimento do cabo. Podem ser seguidas duas diferentes aproximações para o respectivo cálculo:

- Escolher um coeficiente do amortecedor ou a sua localização, para o amortecimento requerido, para um determinado modo.
- Estimar o amortecimento modal para outros modos de vibração, uma vez escolhido o coeficiente e localização do amortecedor.

Apesar da curva universal ser extremamente útil para a concepção do amortecedor, o correspondente gráfico é conseguido com base numa complexa análise valores próprios que requer o uso de algumas centenas de parâmetros, 200 a 300 termos para cada ponto do gráfico. Neste contexto, é relevante o estudo de Krenk [3], que derivou a fórmula desta curva universal.

Actualmente, as pontes de tirantes, como já foi referido, têm evoluído, esta evolução tem permitido que apresentem vãos de maior comprimento, levando a que os cabos sejam cada vez mais longos. Isto faz com que o parâmetro de Irvine apresente cada vez maiores valores ($\lambda^2 \geq 1$), onde o efeito de curvatura pode ser significativo, levando a uma diminuição da eficiência do amortecedor. Crémone[3] estendeu a curva universal, introduzida por Pacheco, a cabos inclinados, para uma razão flecha/vão não superior a 1:8 e para um $\lambda^2 \leq 4\pi^2$ (abrangendo assim todos os cabos das pontes de tirantes). Krenk e Nielsen [3] derivaram uma extensa solução assintótica para cabos com curvatura, evidenciando a redução da eficiência dos amortecedores em função do parâmetro de Irvine.

Através de uma base de dados de ponte de tirantes nos EUA foi efectuada uma análise, realizada por Tabatabai e Mehrabi, onde se constatou que 95% das pontes de tirantes apresentam um parâmetro de Irvine não superior a um e que a redução do coeficiente de amortecimento associado ao efeito de curvatura é mais relevante para o primeiro modo de vibração. Estes autores também referiram uma dependência do amortecimento modal à rigidez de flexão dos tirantes, e derivaram uma fórmula que expressa essa dependência. Esta análise numérica foi desenvolvida através de uma base de dados de cabos.

Houng e Fujino [3] desenvolveram um estudo mais profundo do efeito da rigidez à flexão em cabos tensos onde está instalado um amortecedor viscoso. Estes autores, bem como Krenk e Hogsberg [3] estudaram também o efeito da performance dos amortecedores para outros factores, como a flexibilidade do amortecedor, a flexibilidade do suporte do amortecedor e o comportamento não linear do amortecedor.

4.7.3 Cabo tenso

A seguinte equação descreve a vibração lateral de um tirante, de secção uniforme, onde um amortecedor viscoso está instalado no cabo (Fig. 4.25), assumindo que é um cabo esticado e onde é desprezada a deformação estática e a tensão dinâmica.

$$H \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} = m \cdot \frac{\partial^2 \omega}{\partial t^2} + c \frac{\partial \omega}{\partial t} \cdot \delta(x - x_c) \quad (4.88)$$

Sendo que H é esforço axial do cabo, m é a massa por unidade de comprimento, c é a constante do amortecedor viscoso, δ é a função Dirac, x_c é a distância do amortecedor à ancoragem, ω é o deslocamento transversal, x é a coordenada ao longo do cabo e t representa o tempo.

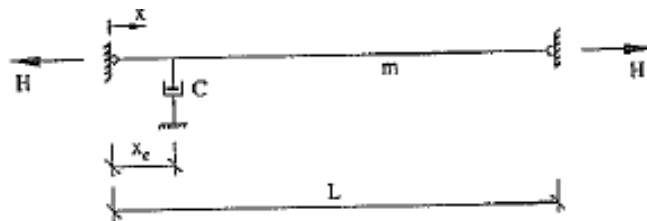


Fig.4.25- cabo tenso com um amortecedor viscoso

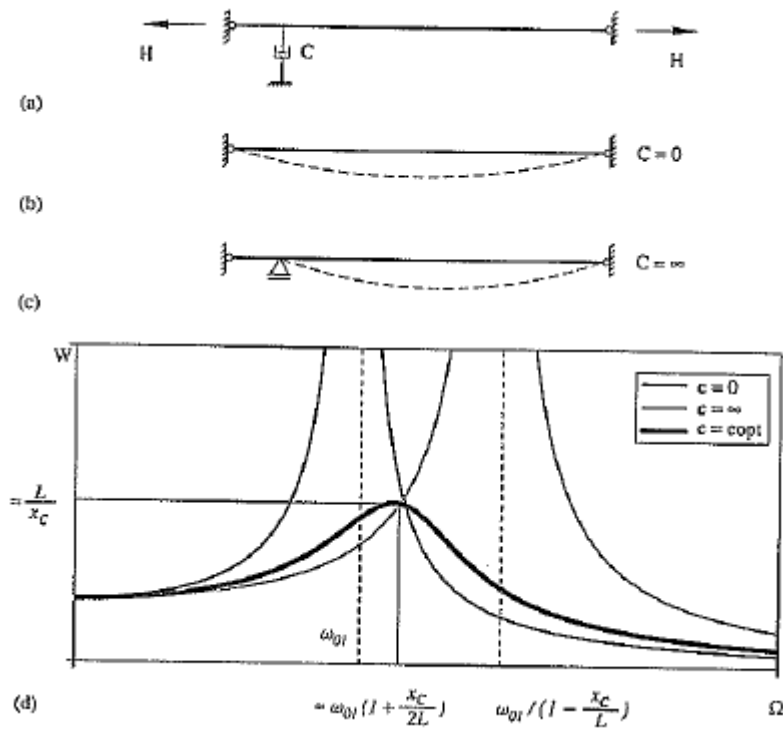


Fig.4.26- Características do limite amplificação de um cabo onde é instalado um amortecedor viscoso: (a) representação geral; (b) $c=0$; (c) $c=\infty$; (d) curvas da amplificação dinâmica para $c=0$, $c=\infty$ e $c=c_{opt}$.

É demonstrado por Kovács [3], na Fig. 4.26, que a eficiência da instalação de um amortecedor viscoso depende da constante c do amortecedor.

Sendo desprezado o amortecimento próprio do cabo, pode referir-se que para $c=0$ o cabo não apresenta qualquer amortecimento para o primeiro modo de vibração (Fig. 4.26(b)) e a curva de amplificação dinâmica associada ao cabo tende para o infinito à frequência fundamental ω_{01} .

Quando $c=\infty$, que corresponde a um amortecedor de grandes dimensões, a reacção gerada por este é tão grande que obstrui o movimento do cabo na zona do amortecedor, formando-se no amortecedor um suporte rígido (Fig. 4.26(c)). A consequência é a ligeira modificação da frequência fundamental para $\omega_{01}/(1 - \frac{x_c}{L})$, mas, mais uma vez, o cabo não apresenta amortecimento e a correspondente curva de amplificação dinâmica tende para o infinito para a frequência $\omega_{01}/(1 - \frac{x_c}{L})$.

O amortecimento óptimo é caracterizado pela constante c_{opt} que fornece a curva de amplificação dinâmica representada a negrito na Fig. 4.26(d). Retira-se que o valor máximo da curva é aproximadamente L/x_c , ocorrendo a uma frequência aproximada de $\omega_{01}/(1 + \frac{x_c}{2L})$, que representa a intersecção das duas primeiras curvas amplificação dinâmica. O amortecimento associado a este sistema é máximo para:

$$\xi_{max} \approx \frac{1}{2} \cdot \frac{x_c}{L} \quad (4.89)$$

Kovács [3] estimou o coeficiente de amortecimento óptimo c_{opt} ,

$$\frac{c_{opt}}{mL\omega_{01}} \approx \frac{1}{2\pi(\frac{x_c}{L})} \quad (4.90)$$

É de realçar a importância da razão x_c/L , que em termos práticos normalmente não apresenta valores superiores a 0.015. Desta forma é possível dizer que o amortecimento máximo derivado da instalação de um amortecedor viscoso colocado perto de uma ancoragem não excede normalmente os 0.75%. Pacheco et al. [3] demonstrou que as referidas fórmulas podem ser aplicadas para modos de ordem mais elevado, a razão do amortecimento $\xi_{n,max}$ e a constante $c_{opt,n}$ associada a diferentes modos é dado,

$$\xi_{n,max} \approx \frac{1}{2} \cdot \frac{x_c}{L} \quad (4.91)$$

$$\frac{c_{opt}}{mL\omega_{01}} \approx \frac{1}{2\pi n(\frac{x_c}{L})} \quad (4.92)$$

De forma a definir o coeficiente de amortecimento em função da constante c , Pacheco et al. [3] apresentou uma solução de equação (4.88), baseada na aproximação do deslocamento lateral $w(x,t)$ em função dos modos de vibração de um cabo esticado não amortecido $\phi_{0n}(x)$.

$$\omega(x,t) = \sum_{n=1}^k b_n(t) \cdot \phi_{0n}(x) \quad (4.93)$$

Sendo que

$$\phi_{0n}(x) = \sin\left(\frac{\pi n x}{L}\right) \quad (4.94)$$

Substituindo a equação (4.93) por (4.88), aplicando às coordenadas de modo não dimensionais $b_n(t)$ e ao tempo t

$$b = \frac{1}{L} \cdot [b_1(t) \dots b_k(t)]^T \quad (4.95)$$

$$\tau = \omega_{01} t \quad (4.96)$$

Sendo que ω_{0n} é determinado através da teoria das cordas vibrantes

$$\omega_{0n} = \frac{\pi n}{L} \cdot \sqrt{\frac{H}{m}} \quad (4.97)$$

E aplicando o método Galerkin baseado nos modos $\phi_{0n}(x)$ e tornando as funções com mais variáveis, o seguinte sistema de equações é obtido:

$$M \frac{\partial^2 b}{\partial \tau^2} + C \frac{\partial b}{\partial \tau} + K b = 0 \quad (4.98)$$

Em que

$$M_{np} = \delta_{np} \quad (4.99)$$

$$C_{np} = 2 \left(\frac{c}{mL\omega_{01}} \right) \cdot \sin\left(\frac{\pi n x_c}{L}\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi p x_c}{L}\right) \quad (4.100)$$

$$K_{np} = n^2 \delta_{np} \quad (4.101)$$

A análise dos termos da matriz de amortecimento C demonstra que o sistema não é proporcional. Consequentemente deve ser aplicada uma formulação de forma a extrair o valor próprio complexo v_n , para as razões de amortecimento ξ_n

$$v_n = \omega_n \cdot (-\xi_n + \sqrt{-1} \cdot \sqrt{1 - \xi_n^2}) \quad (4.102)$$

Pacheco et al.[3] demonstrou que assumindo pequenos valores para x_c/L e escolhendo apropriadamente as coordenadas da abcissa é obtida uma curva (Fig.4.27), denominada por curva universal, que representa o amortecimento modal para qualquer cabo esticado para os primeiros modos de vibração. Esta curva universal é caracterizada pela existência de um máximo, que corresponde ao máximo a que a razão de amortecimento $\xi_{n,max}$ para o modo de vibração de ordem n poderá atingir.

Este amortecimento é conseguido através da instalação de um amortecedor de constante óptima $c_{opt,n}$. E são quantificadas:

$$\xi_{n,max} = 0.52 \cdot \frac{x_c}{L} \quad (4.103)$$

$$c_{opt,n} = 0.10 \cdot \frac{mL\omega_{01}}{n \frac{x_c}{L}} \quad (4.104)$$

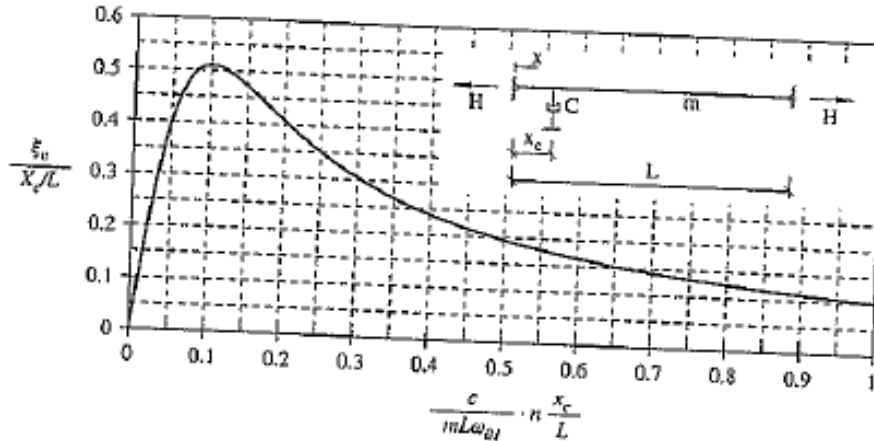


Fig. 4.27- Curva Universal em relação a ξ_n, c, x_c, m, L e ω_{01}

Esta solução está praticamente de acordo com a solução de Kovács. Pode ser interessante indicar as diferentes soluções para o mesmo problema (Tabela 4.24).

Tabela 4.24-constante de amortecimento óptima e o máximo amortecimento para amortecedores viscosos [3]

Autores	$c_{opt,n}$	$\xi_{n,max}$
Pacheco		
Uno et al.	$0.10 \cdot mL\omega_{01}/(nx_c/L)$ $6.25/(2\pi) \cdot (mL\omega_{01} x_c/L)/[n \sin^2(\pi x_c/L)]$	$0.52 x_c/L$ $3.3/(2\pi) \cdot x_c/L$
Yoneda e Maeda		$6.25/(2\pi) \cdot x_c/L \cdot [0.45 + x_c/L]$
Kovács	$1/(2\pi) \cdot mL\omega_{01}/(n x_c/L)$	$0.5 \cdot x_c/L$

O interessante em usar a curva universal é que permite, também, estimar o coeficiente de amortecimento para outros modos de vibração, para além daquele que foi utilizado na especificação do tamanho do amortecedor óptimo.

A grande dificuldade em usar a curva universal é a definição dos pontos da respectiva curva, na qual, a virtual não proporcionalidade provocada pela instalação de um amortecedor, requer a necessidade de solucionar um problema complexo de valores próprios no qual se utiliza um número elevado de variáveis (200 a 300 variáveis de acordo com Pacheco et al.).

A este respeito, é interessante referir a formulação analítica introduzida por Krenk [3], baseada no uso de funções próprias complexas para a resolução da equação (4.88), e em vez da função própria (4.94), o resultado é a obtenção uma equação para o complexo valores próprios v_n , que é expressa:

$$\tan(\beta L) = \frac{\eta \sin^2(\beta x_c)}{1 + \eta \cos(\beta x_c) \cdot \sin(\beta x_c)} \quad (4.105)$$

Onde β é designado como o número de onda, relacionado com o a frequência complexa v

$$\beta = v \sqrt{\frac{m}{H}} \quad (4.106)$$

E sendo η o parâmetro não dimensional de amortecimento, definido:

$$\eta = \frac{\pi c}{mL\omega_{01}} \quad (4.107)$$

A equação (4.105) pode ser resolvida numericamente usando o seguinte esquema iterativo para uma nova estimativa da ordem n^{th} , número de onda é definida pela iteração de ordem $j + 1, \beta_n^{j+1}$

$$\beta_n^{j+1} \cdot L = n\pi + \tan^{-1} \left(\frac{\eta \sin^2(\beta_n^j x_c)}{1 + \eta \cos(\beta_n^j x_c) \cdot \sin(\beta_n^j x_c)} \right), j = 0, 1, \dots \quad (4.108)$$

É usada uma estimativa para β_n^0 o numero de onda não amortecido é, $\beta_n^0 = n\pi/L$.

Krenk [3] desenvolveu uma solução assintótica para esta equação, que pode ser expressa

$$\frac{\xi_n}{x_c/L} = \frac{\eta n \pi x_c/L}{1 + (\eta n \pi x_c/L)^2} \quad (4.109)$$

4.7.4 Cabo com curvatura

Apesar da curva universal acima referida ser válida para muitos casos, torna-se inválida para cabos longos. Os cabos longos apresentam uma curvatura que leva a uma redução do amortecimento óptimo, quando comparado com o do cabo tenso. Este efeito foi investigado por Crémone [3], que alargou o conceito da curva universal para cabos com curvatura. Baseando-se na formulação de Irvine, o efeito da inclinação do cabo é ignorado e é assumido como um cabo parabólico na análise estática. Assim, a equação dinâmica de equilíbrio que descreve a vibração horizontal de um cabo com curvatura onde se encontra instalado um amortecedor viscoso perto de uma ancoragem é (Fig. 4.29):

$$H \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + h_\tau \frac{d^2 z}{dx^2} = m \cdot \frac{\partial^2 \omega}{\partial t^2} + c \cdot \delta(x - x_c) \cdot \frac{\partial \omega}{\partial t} \quad (4.110)$$

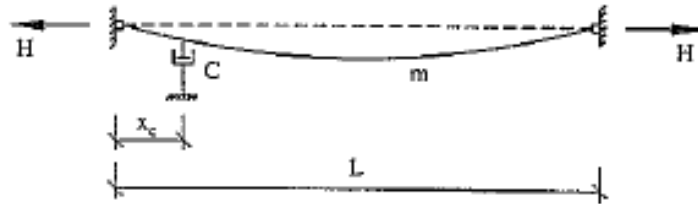


Fig. 4.29- Cabo com curvatura onde está instalado um amortecedor viscoso

Esta equação resolve-se com a decomposição do $\omega(x, t)$, que está definido em (4.93), onde a função $\phi_{0n}(x)$ representa agora os modos de vibração para um cabo com curvatura $\phi_n(x)$.

Substituindo (4.93) por (4.110), e definindo γ_n e φ_n

$$\gamma_n = \frac{1}{L} \int_0^L [\phi_n(x)]^2 dx \quad (4.111)$$

$$\varphi_n = \frac{1}{L} \int_0^L \phi_n(x) dx \quad (4.112)$$

Com os modos de vibração $\phi_n(x)$ normalizados para meio vão, $\phi_n(L/2) = 1$, são obtidas as seguintes equações.

$$M \frac{\partial^2 b}{\partial \tau^2} + C \frac{\partial b}{\partial \tau} + Kb = 0 \quad (4.113)$$

Onde

$$b = [b_1(t) \dots b_k(t)]^T \quad (4.114)$$

$$M_{np} = \delta_{np} \quad (4.115)$$

$$C_{np} = \frac{c}{mL\gamma_n} \cdot \phi_n(x_c) \cdot \phi_p(x_c) \quad (4.116)$$

$$K_{np} = \omega_n^2 \delta_{np} \quad (4.117)$$

É obtida uma matriz de amortecimento não proporcional, requerendo a solução de um problema complexo para determinar o valor próprio.

Crémona verificou a existência de uma curva universal, que relacionava o amortecimento modal com o tamanho do amortecedor e a sua posição, estando, também, para diferentes modos de vibração. Esta curva usa as seguintes coordenadas.

$$\text{Abcissa: } a_n = \frac{c}{mL\omega_{01}} \cdot k_n \cdot \frac{x_c}{L} \quad (4.118)$$

$$\text{Ordenada: } \theta_n = \frac{\xi_n}{\frac{x_c}{L}} \cdot G(n) \quad (4.119)$$

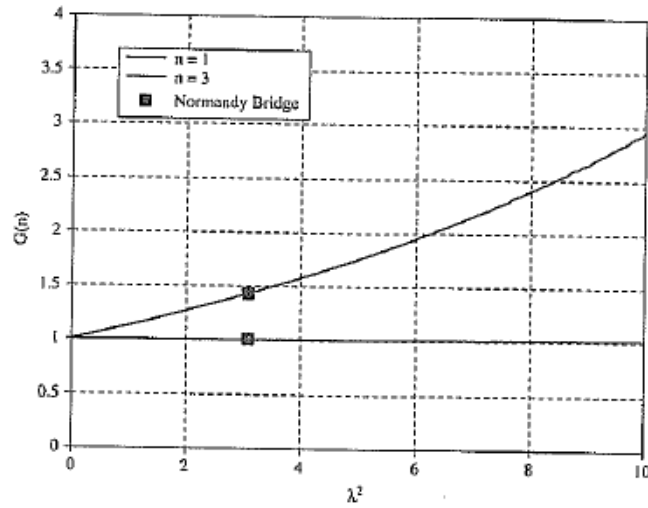
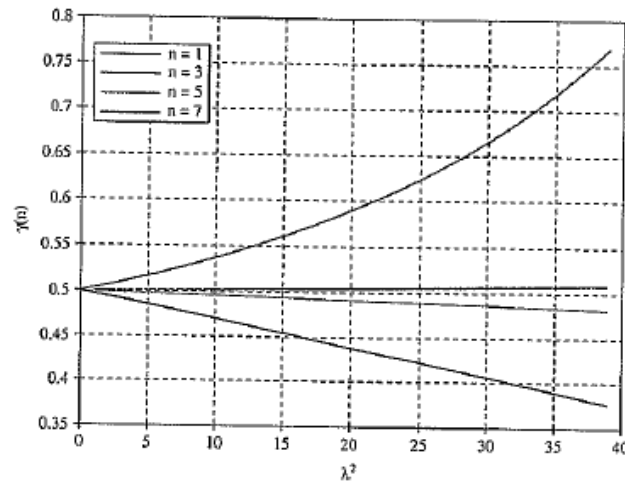
k_n depende do parâmetro de Irvine λ^2 e expressa a razão entre a frequência angular ω_n de vibração de modo n e da frequência fundamental de um cabo tenso ω_{01} , definida na equação (4.97)

$$k_n = \frac{\omega_n}{\omega_{01}} \quad (4.120)$$

O parâmetro $G(n)$ depende das características da vibração de modo n^{th}

$$G(n) = \begin{cases} \frac{2\gamma_n}{\left(\frac{\sin\left(\frac{\pi k_n}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\pi k_n}{2}\right)-1}\right)^2}, n \text{ impar (modo simétrico de forma)} \\ 1, n \text{ par (modo anti-simétrico de forma)} \end{cases} \quad (4.121)$$

É evidente que as características de amortecimento para modos anti-simétricos de cabos com curvatura são iguais aos verificados para cabos tensos. Por outro lado, as características de amortecimento para modos simétricos dependem do valor do parâmetro de Irvine λ^2 . Na Fig.4.30 está representada a variação de $G(n)$ em relação ao λ^2 para os dois primeiros modos simétricos, mostrando a redução da eficiência do amortecimento modal em relação ao verificado para cabos tensos. Verifica-se também que esta redução de eficiência é essencialmente para o primeiro modo simétrico. A Fig. 4.31 ilustra a variação de $\gamma(n)$ em relação ao λ^2 para os primeiro quatro modos simétricos, em que para altos modos, $\gamma(n)$ tende para 0.5, levando que $G(n)$ tenda para 1.


 Fig.4.30- Variação de $G(n)$ com λ^2 para os dois primeiros modos simétricos para cabos com curvatura

 Fig.4.31- Variação de $\gamma(n)$ com λ^2 para os quatro primeiros modos simétricos

Para cabos longos, a redução do amortecimento modal para o primeiro modo pode ser significativo. Considerando o exemplo do CN01, onde o parâmetro de Irvine λ^2 é de 3.085, é verificada uma redução de 30% do amortecimento modal para o primeiro modo de vibração, quando comparada com o do cabo tenso, como dá para constatar pela Fig.4.30, onde $G(n) = 1.43$.

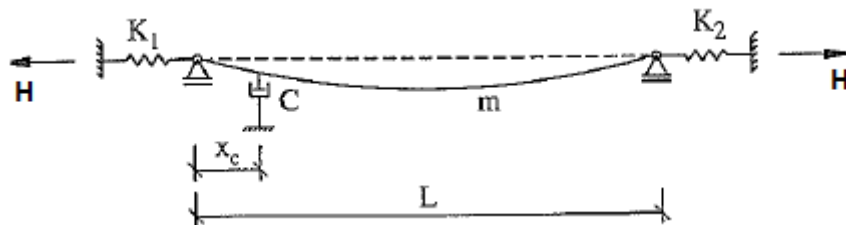


Fig. 4.32- Cabo com curvatura com suportes elásticos equipado com um amortecedor viscoso

É relevante descrever a solução numérica para cabos com curvatura, introduzida por Krenk e Nielsen [3], que é um prolongamento da solução, apresentada anteriormente, para cabos tensos.

A Fig.4.32 introduz um problema, que consiste num cabo com curvatura que está suportado nas extremidades por duas molas de rigidez k_1 e k_2 , onde está instalado um amortecedor viscoso a uma distância x_c de uma das extremidades. A equação de equilíbrio deste caso é descrita pela equação (4.97), onde a solução se baseia numa complexa função própria

$$\sin\left(\frac{1}{2}\beta L\right) \cdot \left\{ \sin\left(\frac{1}{2}\beta L\right) - \cos\left(\frac{1}{2}\beta L\right) \cdot \left[\frac{\beta L}{2} - \frac{4}{\lambda^2} \left(\frac{\beta L}{2}\right)^3 \right] \right\} = -2\eta \sin\left(\frac{1}{2}\beta x_c\right) \cdot \sin\left(\frac{1}{2}\beta(L-x_c)\right) \cdot \left\{ \sin\left(\frac{1}{2}\beta L\right) - \cos\left(\frac{1}{2}\beta x_c\right) \cdot \cos\left(\frac{1}{2}\beta(L-x_c)\right) \cdot \left[\frac{\beta L}{2} - \frac{4}{\lambda^2} \left(\frac{\beta L}{2}\right)^3 \right] \right\} \quad (4.122)$$

Onde β é o número de onda definido em (4.106), η é o parâmetro do amortecimento não dimensional definido em (4.107) e λ^2 é o parâmetro de Irvine sendo que está relacionado com a rigidez das molas e com a tensão do cabo

$$\frac{1}{\lambda^2} = \frac{H^3}{(mgL)^2} \cdot \left(\frac{L_e}{EA_0L} + \frac{1}{K_1L} + \frac{1}{K_2L} \right) \quad (4.123)$$

A equação (4.123) pode ser resolvida numericamente, considerando duas situações, uma quando a solução é de modo anti-simétrico e outra quando a solução é de modo simétrico.

A solução anti-simétrica pode ser obtida interactivamente de forma similar como a da equação (4.108) para cabos tensos, onde o número de onda é iterado à ordem $j+1$, β_n^{j+1} , sendo dado por:

$$\beta_n^{j+1} \cdot L = n\pi + \frac{4\eta \sin^2\left(\frac{1}{2}\beta_n^j x_c\right) \cdot F(\beta_n^j, x_c, L, \lambda^2)}{\sin\left(\frac{1}{2}\beta_n^j L\right) - \cos\left(\frac{1}{2}\beta_n^j L\right) \cdot \left[\frac{\beta_n^j L}{2} - \frac{4}{\lambda^2} \left(\frac{\beta_n^j L}{2}\right)^3 \right] + \eta \sin(\beta_n^j x_c) \cdot F(\beta_n^j, x_c, L, \lambda^2)} \quad (4.124)$$

Em que,

$$F(\beta_n^j, x_c, L, \lambda^2) = \sin\left(\frac{1}{2}\beta_n^j L\right) - \cos\left(\frac{1}{2}\beta_n^j x_c\right) \cdot \cos\left(\frac{1}{2}\beta_n^j(L-x_c)\right) \cdot \left[\frac{\beta_n^j L}{2} - \frac{4}{\lambda^2} \left(\frac{\beta_n^j L}{2}\right)^3 \right] \quad (4.125)$$

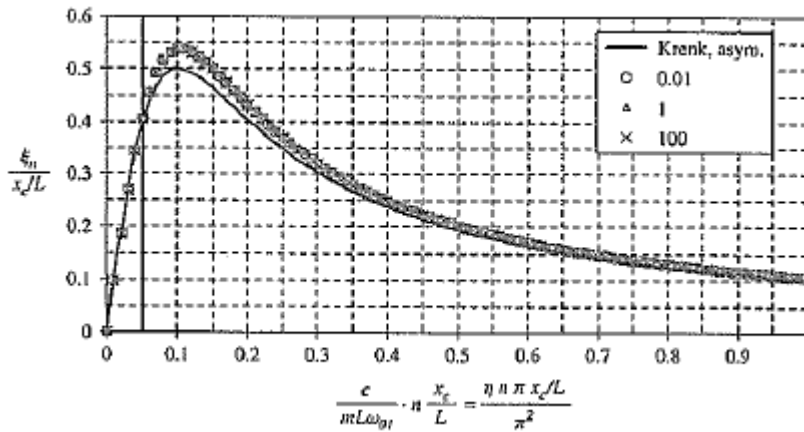


Fig.4.33- Curva Universal, para o primeiro modo anti-simétrico para cabos com curvatura, de acordo com Krenk e Nielsen: $\lambda^2 = 0,01$; 1 e 100 , e $x_c/L = 0,02$

Usando uma vez mais a estimativa para $\beta_n^0 = \frac{n\pi}{L}$, ($n = 2, 4, \dots$). A Fig.4.33 mostra a variação do coeficiente amortecimento modal, de ordenada $\frac{\xi_n}{x_c/L}$ e abscissa $\frac{c}{mL\omega_{01}} \cdot n \frac{x_c}{L} = \frac{\eta n \pi x_c/L}{\pi^2}$, para o primeiro modo anti-simétrico ($n=2$), considerando valores do parâmetro Irvine $\lambda^2 = 0,01$, 1 e 100 , para um x_c/L de $0,02$. Pela figura podemos constatar de forma clara que a solução definida por Krenk para modos anti-simétricos é similar à solução da curva universal para cabos tensos, o que confirma a conclusão de

Crémone que para modos anti-simétricos o amortecimento é praticamente independente das propriedades elásticas da curvatura do cabo.

Contudo, este facto não é válido para modos simétricos, como foi descrito por Crémone. Uma evidência clara é analisando a variação do coeficiente de amortecimento modal para modos simétricos com determinados λ^2 . Para valores de λ^2 acima de $4\pi^2$, o primeiro modo simétrico exibe dois nós na vizinhança de cada suporte, sendo que a instalação de um amortecedor na vizinhança destes nós provoca um efeito nulo do amortecedor.

A solução numérica da equação (4.109) é agora obtida para modos simétricos

$$\beta_n^{j+1} \cdot L = 2 \cdot a \tan \left(\left[\frac{\beta_n^j L}{2} - \frac{4}{\lambda^2} \left(\frac{\beta_n^j L}{2} \right)^3 \right] \times \left(1 + \frac{2\eta_n \cdot [F(\beta_n^j, x_c, L)]^2 \cdot \left[\frac{\beta_n^j L}{2} - \frac{4}{\lambda^2} \left(\frac{\beta_n^j L}{2} \right)^3 \right]}{1 + 2\eta_n \cdot F(\beta_n^j, x_c, L) \cdot \left\{ 1 - F(\beta_n^j, x_c, L) \cdot \left[\frac{\beta_n^j L}{2} - \frac{4}{\lambda^2} \left(\frac{\beta_n^j L}{2} \right)^3 \right] \right\}} \right) \right) \right) \quad (4.126)$$

Onde,

$$F(\beta_n^j, x_c, L) = \frac{\sin(\frac{1}{2}\beta x_c) \cdot \sin(\frac{1}{2}\beta(L-x_c))}{\sin(\frac{1}{2}\beta L)} \quad (4.127)$$

A Fig.4.34 representa a razão do amortecimento com a abcissa normalizada a_n expressa em (4.118), para o primeiro modo simétrico ($n=1$), considerando os diferentes valores do parâmetro Irvine $\lambda^2 = 0,01, 1$ e 100 . Os resultados vêm confirmar que a razão do amortecimento modal é mais pequena quando o cabo apresenta curvatura estática.

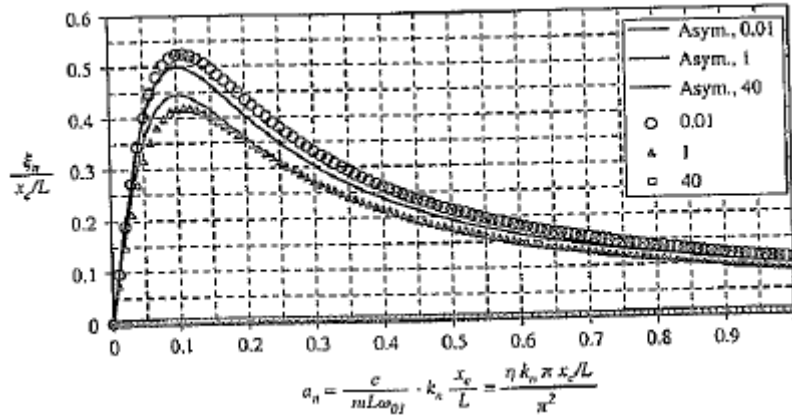


Fig.4.34- Efeito da curvatura para o primeiro modo simétrico $\lambda^2 = 0,01 ; 1$ e 100 , e $x_c/L = 0,02$

Krenk e Nielsen [3] deduziram uma relação assintótica para a razão do amortecimento modal, para vibrações no modo simétrico. Esta dá-nos uma boa aproximação para cabos com um parâmetro de Irvine abaixo de $\lambda^2 = 41,95$, para $n = 1$, e $\lambda^2 = 167,8$, para $n=3$

$$\frac{\xi_n}{x_c/L} = \frac{\eta_n}{1 + (\eta_n)^2} \cdot \frac{\left[\tan\left(\frac{k_n \pi}{2}\right) - \left(\frac{k_n \pi \cdot x_c}{2 \cdot L}\right) \right]^2}{\tan^2\left(\frac{k_n \pi}{2}\right) + \frac{12}{\lambda^2} \cdot \left(\frac{k_n \pi}{2}\right)^2} \quad (4.128)$$

Sendo

$$\eta_n = \eta k_n \pi \frac{x_c}{L} \quad (4.129)$$

Esta relação está expressa na Fig.4.34, em correspondência com a solução numérica, para o primeiro modo simétrico com $\frac{x_c}{L} = 0,02$, que mostra estar de acordo com Crémone.

Podemos definir $R(n, \lambda^2, \frac{x_c}{L})$ que representa o segundo membro da equação (4.128).

$$R\left(n, \lambda^2, \frac{x_c}{L}\right) = \frac{\left[\tan\left(\frac{k_n \pi}{2}\right) - \left(\frac{k_n \pi}{2}\right) \frac{x_c}{L}\right]^2}{\tan^2\left(\frac{k_n \pi}{2}\right) + \frac{12}{\lambda^2} \left(\frac{k_n \pi}{2}\right)^2} \quad (4.130)$$

Esta equação expressa a redução da razão do amortecimento modal de um cabo com curvatura em relação ao de um cabo esticado. Usando a definição (4.119) para a ordenada θ_n , a solução obtida por Crémone, Krenk e Nielsen para cabos com curvatura, pode ser comparada pela análise entre $\frac{1}{G(n)}$ e $R\left(n, \lambda^2, \frac{x_c}{L}\right)$. A Fig 4.35 representa a variação das duas funções com λ^2 para os dois primeiros modos simétricos, para $\frac{x_c}{L} = 0.02$, revelando uma boa aproximação.

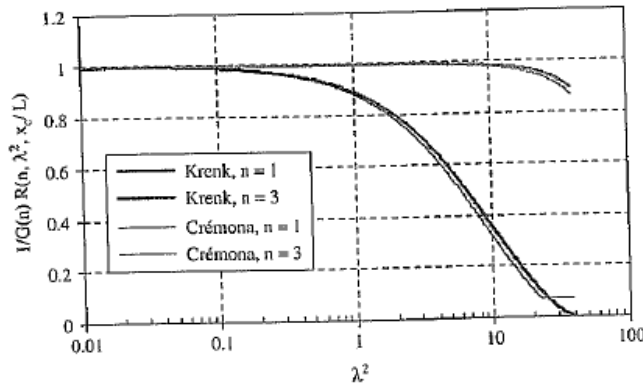


Fig. 4.35-Variação de $1/G(n)$ e $R\left(n, \lambda^2, \frac{x_c}{L}\right)$ com λ^2 , para $\frac{x_c}{L} = 0.02$

4.7.5 Efeito da rigidez à flexão

Os efeitos de curvatura e da rigidez à flexão são de acordo com Tabatabai e Mehrabi [3] os parâmetros que mais afectam o amortecimento modal de um cabo. Estes autores desenvolveram uma fórmula numérica de forma a calcular a frequência e a razão do amortecimento para cabos com curvatura, que sofressem do efeito da rigidez à flexão equipada com um amortecedor viscoso (Fig 4.36). Assim, a equação dinâmica de equilíbrio para estes tipos de cabos é

$$H \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} + h_\tau \frac{d^2 z}{dx^2} - EI \frac{\partial^4 \omega}{\partial x^4} = m \frac{\partial^2 \omega}{\partial t^2} + c \frac{\partial \omega}{\partial t} \cdot \delta(x - x_c) \quad (4.131)$$

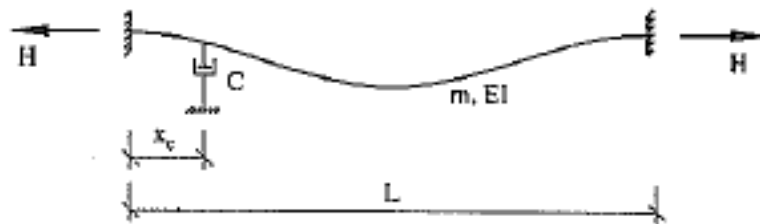


Fig.4.36- Cabo com curvatura e rigidez à flexão equipada com um amortecedor viscoso

Onde h_τ se refere à componente dinâmica da força do cabo gerada pelas vibrações.

A aplicação desta fórmula geral para mais de 1400 cabos em 16 pontes de tirantes nos EUA, através de uma base de dados, permitiu chegar a uma relação simplificada entre o amortecimento modal para o primeiro modo de vibração ξ_1 e as características do cabo e amortecedor, expressa de forma não dimensional

$$\begin{cases} \xi_1 = \frac{a\zeta^b}{\eta^e(\zeta^b+d)} \cdot \ln(\eta) & 2 \leq \eta \leq \eta_e \\ \xi_1 = \xi_1(\eta=2) \cdot \frac{\eta}{2} & 0 < \eta < 2 \end{cases} \quad (4.132)$$

Onde ζ é o parâmetro não dimensional da rigidez à flexão, definido:

$$\zeta = \sqrt{\frac{HL^2}{EI}} \quad (4.133)$$

η é o amortecimento não dimensional do amortecedor instalado no cabo, definido por:

$$\eta = \frac{c}{\sqrt{Hm}} = \frac{\pi c}{mL\omega_{01}} \quad (4.134)$$

Sendo η_e o parâmetro do amortecimento óptimo, e os coeficientes a, b, d e e , são definidos pela tabela 4.25 para localizações do amortecedor de $\frac{x_c}{L} = 0.02, 0.04$ e 0.06 .

Tabela 4.25- Coeficientes da equação (4.132)

x_c/L	a	b	d	e
0.02	0,259	2,080	5613	-0,129
0.04	1,276	1,795	841	0,081
0.06	3,278	1,700	259	0,305

A equação 4.132 foi desenvolvida para tirantes com um λ^2 menor que 1. Segundo Tabatabai e Mehrabi [3], para este caso, o efeito de curvatura do cabo é praticamente nulo (contudo para $\lambda^2 = 1$ existe uma redução de eficiência em 13% quando comparada para cabos tensos, usando a formulação de Crémone e Krenk e Nielsen). A análise de cabos através de uma base de dados mostra que λ^2 varia entre 0 e 2.84, e 95% deles exibe λ^2 menor que 1. O que significa que a equação simplificada (4.132) é válida para 95% dos tirantes. Já de acordo com ζ , Tabatabai e Mehrabi [3] constataram que este parâmetro da rigidez à flexão varia entre 10-600. De acordo com estes autores o efeito da rigidez à flexão é pequeno quando $\zeta \geq 100$, o que acontece em 82% dos cabos da base de dados. Finalmente, o parâmetro η varia aproximadamente entre 0-60. Para localizações de $\frac{x_c}{L} = 0.02, 0.04$ e 0.06 , o parâmetro amortecimento óptimo η_e foi derivada e é respectivamente 20, 8 e 6 (enquanto que o parâmetro equivalente deduzido por Pacheco et al. para cabos esticados é de 15.74, 7.85 e 5.24).

A Fig.4.37 representa a variação de $\frac{\xi_1}{x_c/L}$ com ζ , baseado na fórmula (4.132), usando os parâmetros definidos pela tabela 4.19 para as referidas três localizações dos amortecedores, para η de valores óptimos de 20, 8 e 6. Podemos reparar que a máxima razão de amortecimento é 8% mais elevada que a obtida usando a formulação para cabos tensos. Podemos também concluir que a rigidez à flexão é mais relevante para cabos em que o amortecedor está mais próximo da ancoragem do tirante e este pode ser negligenciado para valores de $\zeta \geq 200$. Verifica-se que, para valores baixos de ζ há uma redução de eficiência dos amortecedores.

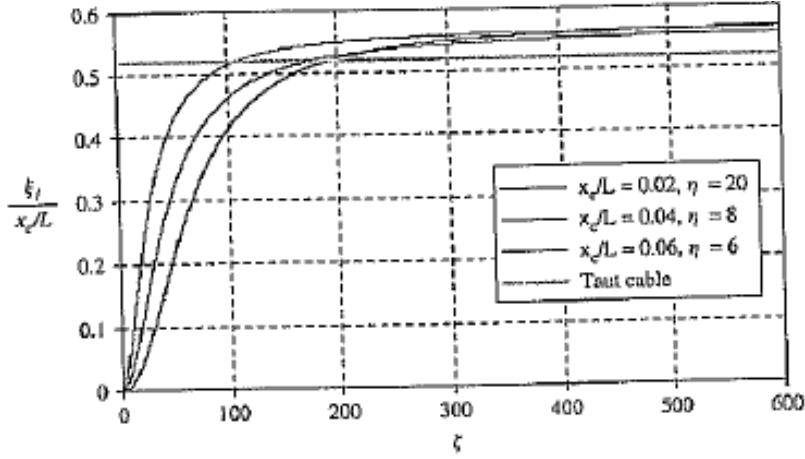


Fig.4.37- Variação do máximo $\frac{\xi_1}{x_c/L}$ com ζ , para $\lambda^2 = 0.01$

A equação (4.132) apresenta algumas limitações, pois só pode ser usada para o calculo do amortecimento para o primeiro modo de vibração e o coeficiente de amortecimento óptimo não é explicitamente obtido pela combinação dos parâmetros $\lambda^2, x_c/L$ e ζ , que leva ao máximo amortecimento modal do cabo. A formulação de Hoang e Fujino[3] tem em conta estes dois problemas, e a formulação é feita para um cabo esticado onde está instalado um amortecedor. Neste caso a equação de equilíbrio dinâmica é,

$$H \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} - EI \frac{\partial^4 \omega}{\partial x^4} = m \frac{\partial^2 \omega}{\partial t^2} + f_c(x_c, t) \cdot \delta(x - x_c) \quad (4.135)$$

Onde $f_c(x_c, t)$ representa a força concentrada de amortecimento do amortecedor instalado. A solução da fórmula (4.135) é resolvida pela separação das variáveis, que leva a uma equação complexa de valores próprios, para o qual o amortecimento modal do cabo é determinado, baseado em métodos iterativos. Hoang e Fujino fornecem-nos também uma solução assintótica para o amortecimento modal do cabo, valido sempre que o parâmetro $\xi \geq 100$ e para o caso de se tratar de um amortecedor linear viscoso:

$$\frac{\xi_n}{x_c/L} \approx (1 - q^2) \cdot \frac{\eta_n}{1 + (1 - q - r q^2/2)^2 \cdot \eta_n^2} \quad (4.136)$$

Para cabos tensos η_n é quantificado por:

$$\eta_n = \pi n \eta \frac{x_c}{L} \quad (4.137)$$

E

$$q = \frac{1 - e^{-r}}{r}, \text{ em que } r = \zeta \cdot \frac{x_c}{L} \quad (4.138)$$

A máxima razão do amortecimento modal para a combinação $\frac{x_c}{L}, \zeta$ e η_n é dado:

$$\frac{(\xi_n)_{max}}{x_c/L} \approx \frac{(1-q)^2}{2 \cdot (1 - q - \frac{r q^2}{2})} \quad (4.139)$$

O amortecimento óptimo é:

$$(\eta_n)_{opt} = \frac{1}{1 - q - r q^2/2} \quad (4.140)$$

Considerando que para um cabo tenso flexível a máxima razão de amortecimento é de $0.5 x_c/L$, pode ser observada pela análise da equação (4.139) que o efeito da rigidez à flexão induz uma redução do amortecimento máximo. A razão $R_{EI}(q, r)$ para cabos tensos flexíveis é definido por:

$$R_{EI}(q, r) \approx \frac{(1-q)^2}{1-q-rq^2/2} \quad (4.141)$$

Este factor é representado na Fig.4.38 para $\frac{x_c}{L} = 0.01, 0.02, 0.04$ e 0.06 . Pode ser observado que as mais elevadas reduções de amortecimento são verificadas para amortecedores mais próximos das ancoragens. Há também uma redução da eficiência do amortecimento com o aumento da rigidez à flexão (diminuição do ζ). Este facto pode ser observado na Fig.4.39 que representa a variação do amortecimento modal com as propriedades do amortecedor, expressas por η_n para diferentes níveis de ζ . Finalmente é ainda possível observar que quanto mais elevado é ζ mais elevada é a força de amortecimento ótimo.

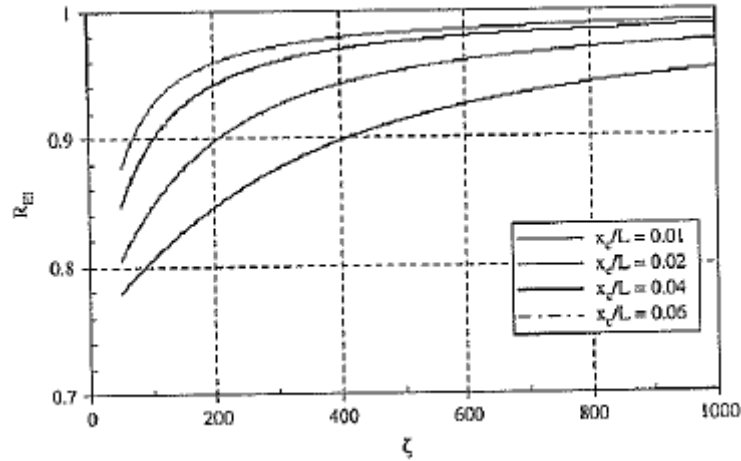


Figura 4.38- variação de R_{EI} com ζ induzida pelo efeito da rigidez à flexão para cabos tensos

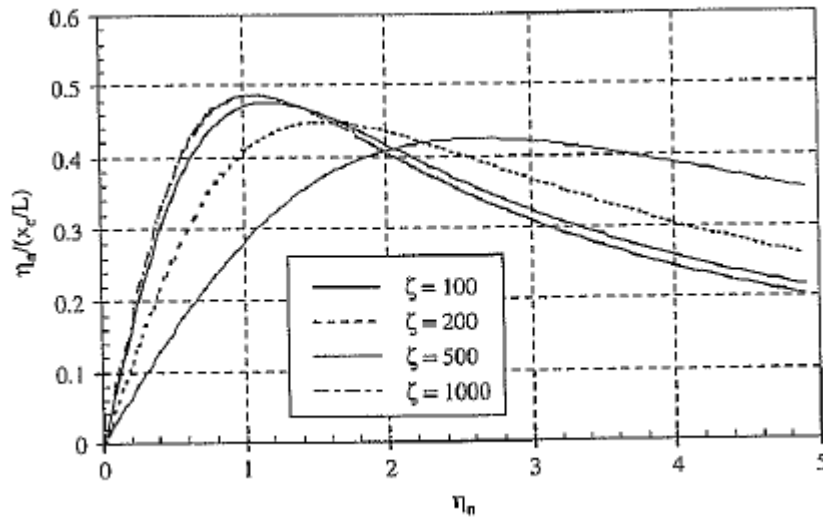


Figura 4.39-variação do amortecimento modal com η_n , para vários valores de ζ para cabos tensos

4.7.6 Flexibilidade do amortecedor ou flexibilidade do suporte do amortecedor.

Foi estudada a performance associada à flexibilidade do amortecedor ou associada à flexibilidade do suporte do amortecedor.

4.7.6.1. Flexibilidade do amortecedor

Este problema foi investigado por Krenk e Hogsberg [3] para cabos tensos onde está instalado um amortecedor viscoso. A Fig.4.40 ilustra este modelo, onde é considerado uma associação paralela da mola de rigidez constante k com o amortecedor viscoso de constante c .

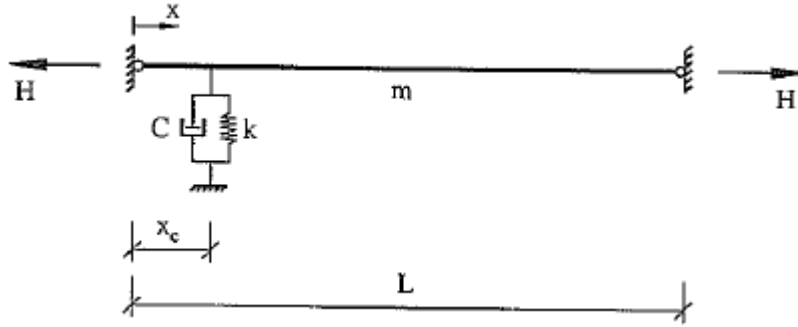


Figura 4.40- Cabo com uma associação paralela de um amortecedor viscoso e uma mola

A equação de equilíbrio dinâmico

$$H \frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2} = m \frac{\partial^2 \omega}{\partial t^2} + f(x_c, t) \cdot \delta(x - x_c) \quad (4.142)$$

Onde,

$$f(x_c, t) = c \frac{\partial \omega}{\partial t}(x_c, t) + k \omega(x_c, t) \quad (4.143)$$

A solução proposta por Krenk e Hogsberg [3] corresponde à vibração livre do cabo sem a mola, com um amortecedor instalado e à distância reduzida desde a ancoragem x_c^* , definida por:

$$x_c^* = \frac{x_c}{1 + x_c \frac{k}{H}} \quad (4.144)$$

O máximo amortecimento modal do cabo $(\xi_n)_{max}$ e o coeficiente amortecedor óptimo c_{opt} são obtidos por:

$$(\xi_n)_{max} = \frac{1}{2} \cdot \frac{x_c^*}{L} \quad (4.145)$$

$$c_{opt} \approx \frac{H}{x_c^* \cdot \omega_n^0} \quad (4.146)$$

Tendo por base a distância reduzida definida em (4.144) que resulta na determinação do máximo amortecimento modal dado (4.145), podemos concluir que a consequência de ter um amortecedor flexível é a redução da eficiência de amortecimento. A razão máxima de amortecimento modal quando perante a situação rígida R_k é definida por:

$$R_k = \frac{1}{1 + \frac{x_c \cdot k L}{L \cdot H}} \quad (4.147)$$

A rigidez k mínima pode ser estimada, assumindo uma certa redução da eficiência do amortecedor. Por exemplo, para uma redução da eficiência do amortecedor de 5%, a rigidez mínima seria $k \approx 0.053H/x_c$.

4.7.6.2. Efeito da flexibilidade do suporte do amortecedor

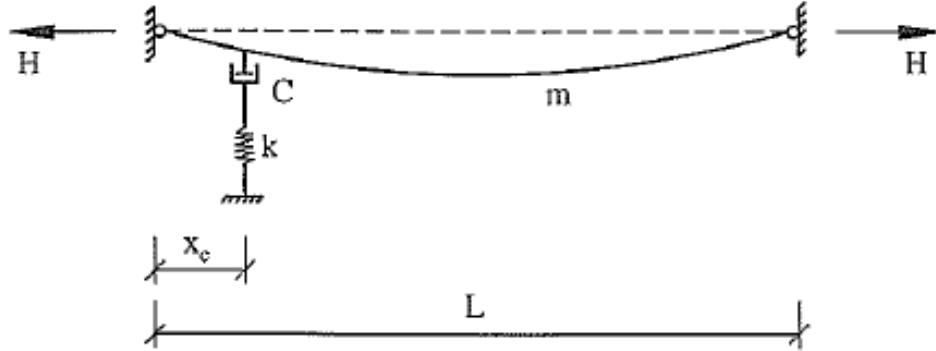


Figura 4.41- Cabo com curvatura com associação em série de um amortecedor viscoso e uma mola

Fujino e Hoang investigaram o efeito da flexibilidade do suporte do amortecedor. Este efeito, é devido, por exemplo, à flexibilidade do tubo de desvio ao qual os amortecedores internos estão ligados. A Fig.4.41 representa um cabo com curvatura, no qual está instalado um amortecedor com associação em série a uma mola, onde a constante k representa a rigidez do tubo de desvio. Este sistema é caracterizado pela equação de equilíbrio (4.110) onde o membro da força de amortecimento é substituída por $f(x_c, t)$, definida por:

$$f(x_c, t) = c \cdot \left(\frac{\partial \omega}{\partial t}(x_c, t) - k \frac{\partial \omega_k}{\partial t}(t) \right) \quad (4.148)$$

$\omega_k(t)$ representa o assentamento do tubo de ancoragem na localização do amortecedor.

A resolução da equação diferencial baseada na formulação de Krenk e Nielsen [3] leva à seguinte expressão,

$$\frac{\xi_{kn}}{x_c/L} = \frac{\eta_n \eta_k^2}{\eta_k^2 + (1 + \eta_n \eta_k)^2} \cdot R \left(n, \lambda^2, \frac{x_c}{L} \right) \quad (4.149)$$

Onde η_n é definido pela expressão (4.129) .

$$\eta_k = \frac{k x_c}{H \eta_n} \quad (4.150)$$

A comparação com a expressão (4.128) para cabos encurvados com um amortecedor com suporte rígido fornece o coeficiente $R_{kt}(k, x_c, H)$ que expressa a redução do amortecimento modal associado ao suporte flexível.

$$R_{kt}(k, x_c, H) = \frac{(\xi_{kn})_{max}}{(\xi_n)_{max}} = \frac{\bar{\eta}_k}{1 + \bar{\eta}_k} \quad (4.151)$$

Com

$$\bar{\eta}_k = \frac{k x_c}{H} \quad (4.152)$$

A Fig.4.42 representa a variação de R_{kt} com $\bar{\eta}_k$. Podemos observar que a redução do amortecimento modal associado ao amortecedor de suporte flexível é independente do modo do cabo. Além disso, um valor mínimo de $\bar{\eta}_k$ pode ser determinado. Assim, é possível que a redução da performance do amortecedor não seja superior a um certo valor. Por exemplo, uma diminuição da performance não superior a 5%, leva-nos a um $\bar{\eta}_k$ mínimo de 19.

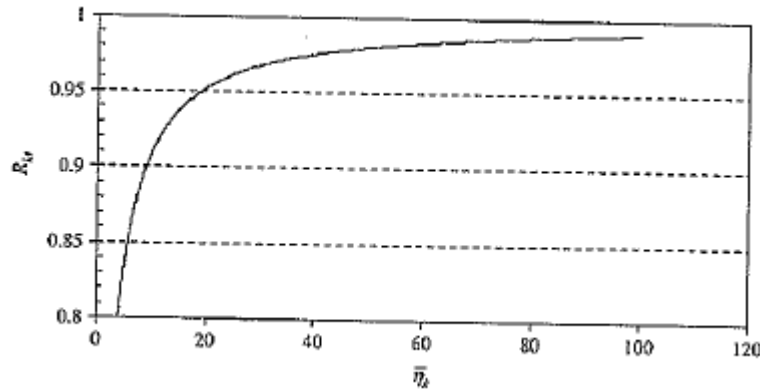


Figura 4.42- variação de R_{kt} com $\bar{\eta}_k$

4.7.7 Amortecedor não linear

A eficiência de um amortecedor não linear foi estudada por Main e Jones [3] e por Krenk e Hogsberg [3]. Estes autores investigaram em particular o caso do amortecedor viscoso não linear, para um determinado nível de vibração, e para uma constante viscosa equivalente c_{eq} , calculada pelo resultado da linearização da força de amortecimento $f_c(t)$,

$$f_c(t) = c \left(\frac{\partial \omega}{\partial t} \right)^\alpha \cong c_{eq} \frac{\partial \omega}{\partial t} \quad (4.153)$$

Seguindo a formulação de Krenk e Hogsberg, o amortecimento modal do cabo ξ_n é obtido por:

$$\frac{\xi_n}{x_c/L} = \frac{\eta_n^*}{1 + (\eta_n^*)^2} \quad (4.154)$$

Onde η_n^* é definido por:

$$\eta_n^* = \frac{c \cdot (\omega_n^0 \omega_c)^\alpha}{H} \cdot \frac{x_c}{\omega_c} \cdot g(\alpha) \quad (4.155)$$

ω_c representa o assentamento do amortecedor localizado a uma distancia x_c da ancoragem e $g(\alpha)$ é derivada baseada na função Gamma $\Gamma(\alpha)$,

$$g(\alpha) = \frac{2\Gamma(\frac{1}{2}\alpha+1)}{\sqrt{\pi}\Gamma(\frac{1}{2}\alpha+\frac{3}{2})} \quad (4.156)$$

O amortecimento óptimo c_{opt} é também derivado para uma específica amplitude de vibração ω_c ,

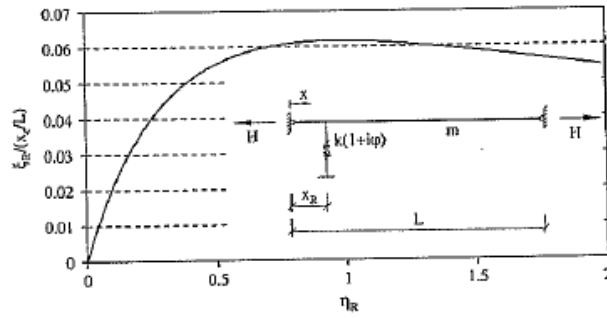
$$c_{opt} = \frac{H}{g(\alpha)(\omega_n^0 \omega_c)^\alpha} \cdot \frac{\omega_c}{x_c} \quad (4.157)$$

A expressão mostra de que variáveis depende o amortecimento óptimo. De acordo com o valor de α , existe um aumento do amortecimento modal quando $\alpha < 1$, e uma diminuição quando $\alpha > 1$. Significa que o amortecedor não linear resulta num efeito respectivo de endurecimento ou amaciamento. Valores práticos de α para amortecedores fluidos viscosos é de $0.2 \leq \alpha \leq 1.8$.

A dependência da eficiência do amortecedor não linear nos modos de vibração tem o inconveniente de poder ser superado pela escolha de outro tipo de amortecedor. Fujino e Hoang obtiveram o amortecimento modal ξ_R associado a um grande HDR, para o qual a força $f_c(t)$ é caracterizada por:

$$f_c(t) = K \cdot (1 + i\varphi) \cdot \omega_c(t) \quad (4.158)$$

K é a rigidez do amortecedor e φ é o factor de perda do material


 Figura 4.43- variação do amortecimento modal ξ_R com η_R para um amortecedor HDR

Como se pode ver pela Fig.4.43 x_R é a distância da ancoragem ao amortecedor e o factor não dimensional de rigidez η_R

$$\eta_R = \frac{x_R K}{H} \quad (4.159)$$

O amortecimento modal ξ_R

$$\frac{\xi_R}{x_R/L} = \frac{\varphi \eta_R}{(1+\eta_R)^2 + (\varphi \eta_R)^2} \quad (4.160)$$

Podemos portanto concluir que o amortecimento máximo conseguido, que é o amortecimento óptimo, é independente dos modos de vibração. A Fig.4.43 mostra a variação do amortecimento modal com η_R , considerando a força do cabo de 10000kN, uma constante de rigidez de 2800kN/m e um factor de perda de 0.25.

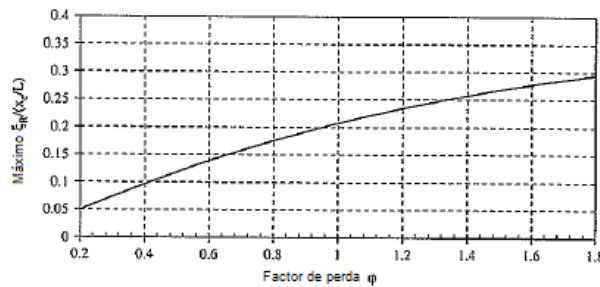
O parâmetro do amortecedor óptimo $(\eta_R)_{opt}$ pode ser calculado quando o amortecimento máximo modal é conseguido em função ao factor de perda do material, e é-nos dado:

$$(\eta_R)_{opt} = \frac{1}{\sqrt{1+\varphi^2}} \quad (4.161)$$

O amortecimento máximo modal é nos dado por:

$$\frac{(\xi_R)_{max}}{x_c/L} = \frac{\varphi}{2+2\sqrt{1+\varphi^2}} \quad (4.162)$$

Está representado na Fig. 4.44 a variação de $(\xi_R)_{max}$ com φ , considerando que φ varia entre $0.2 \leq \varphi \leq 1.8$. Podemos concluir que o amortecimento máximo conseguido para um amortecedor do tipo HDR anda à ordem de $0.3x_c/L$. Este valor é idêntico para todos os modos de vibração. Contudo, é 44% mais baixo do que o conseguido para um particular modo de vibração quando usado um amortecedor viscoso linear.


 Figura 4.44- variação do $(\xi_R)_{max}$ com φ

4.7.8 Combinação do efeito de curvatura, rigidez à flexão e flexibilidade do suporte do amortecedor

No contexto da concepção de um amortecedor para controlar as vibrações dos cabos, é de grande interesse combinar os efeitos de curvatura, rigidez à flexão e flexibilidade do suporte do amortecedor de forma a obter uma estimativa global da redução da eficiência do coeficiente do amortecimento óptimo em relação à determinada pela análise para cabos esticados. É do maior interesse estudar a fórmula simplificada formulada por Fujino e Hoang para amortecedores viscosos e HDR instalados em cabos com curvatura que apresentem suportes flexíveis. Para amortecedores viscosos estes autores propuseram a seguinte fórmula

$$\frac{\xi_n}{x_{c/L}} = R_n \cdot R_{EI} \cdot R_{kEI} \cdot \frac{\eta_n \cdot \eta_{kEI}}{1 + (\eta_n \cdot \eta_{kEI})^2} \quad (4.163)$$

Onde η_n e R_n são os parâmetros não dimensionais do amortecimento representando a redução da eficiência devido ao efeito de curvatura, definido em (4.129) e (4.130), respectivamente, R_{EI} é o factor de redução calculado de acordo com a expressão (4.131), que considera o efeito da rigidez à flexão, η_{kEI} é o parâmetro de amortecimento não dimensional relacionado à rigidez k do suporte e da rigidez do amortecedor.

$$\eta_{kEI} = \eta_{EI} + \frac{1}{\bar{\eta}_k} \quad (4.164)$$

Onde $\eta_{EI} = 1 - q - 1/2 \cdot r q^2$ (ver expressão (4.138)) e $\bar{\eta}_k$ é definido na expressão (4.152), e R_{kEI} é o factor de redução associado à rigidez do suporte, que nos é dado por:

$$R_{kEI} = \frac{\bar{\eta}_k \cdot \eta_{EI}}{1 + \bar{\eta}_k \cdot \eta_{EI}} \quad (4.165)$$

O máximo amortecimento modal é obtido por:

$$\frac{\xi_n^{max}}{x_{c/L}} = 0.5 \cdot R_n \cdot R_{EI} \cdot R_{kEI} \quad (4.166)$$

E ocorre para um η_n^{opt} ,

$$\eta_n^{opt} = \frac{1}{\eta_{kEI} \cdot k_n} \quad (4.167)$$

Deve ser referido que as últimas duas fórmulas foram formuladas com a suposição de o amortecedor viscoso ser linear. No caso de um amortecedor não linear, este facto por si só já é responsável pela maior parte da redução da eficiência. Consequentemente, mesmo com uma pequena curvatura do cabo, com um efeito de rigidez à flexão e efeito de rigidez do suporte do amortecedor, no caso de ser um típico médio cabo de pontes de tirantes, a efectividade do amortecedor seria na ordem dos 50-70% de acordo com Sun.

Considerando agora um amortecedor HDR com uma força de amortecedor definida em (4.158) em função à rigidez do amortecedor K e ao factor de perda do material φ , a razão do amortecimento modal foi formulado por Fujino e Hoang:

$$\frac{\xi_n}{x_{c/L}} = R_n \cdot R_{EI} \cdot R_{kEI} \cdot \frac{\varphi \cdot \eta_R \cdot \eta_{kEI}}{(1 + \eta_R \cdot \eta_{kEI})^2 + (\varphi \cdot \eta_R \cdot \eta_{kEI})^2} \quad (4.168)$$

Onde η_R é expressa em (4.72). De seguida introduz os parâmetros η_φ e R_φ

$$\eta_\varphi = \sqrt{1 + \varphi^2} \quad (4.169)$$

$$R_\varphi = \frac{\varphi}{1 + \sqrt{1 + \varphi^2}} \quad (4.170)$$

A seguinte equação representa a máxima razão do amortecimento modal,

$$\frac{\xi_n^{max}}{x_c/L} = 0.5 \cdot R_n \cdot R_{EI} \cdot R_{kEI} \cdot R_\varphi \quad (4.171)$$

Que ocorre para um

$$\eta_R^{opt} = \frac{1}{\eta_{kEI} \cdot \eta_\varphi} \quad (4.172)$$

Considerando que φ varia entre 0.2 e 1.8, R_φ tem valores entre 0.3 e 0.5. Isto significa que, comparando com o amortecedor viscoso linear, o HDR fornece-nos um pequeno aumento do amortecimento modal. Este amortecimento é contudo igual para todos os modos de vibração, pois para um amortecedor viscoso, o amortecimento óptimo obtido é para um particular modo de vibração. No caso do amortecimento para altos modos de vibração pode ser 40% desse valor. Perante estas circunstâncias, a combinação de dois amortecedores, um viscoso e outro HDR, pode fornecer um sistema efectivo de controlo. Esta solução tem particular interesse para longos cabos onde a instalação de um simples amortecedor não fornece o amortecimento necessário. Esta solução foi empregue na ponte Tatara no Japão, para cabos de comprimento superior a 500m.

4.7.9 Combinação do efeito de dois amortecedores

A instalação de um simples amortecedor pode não fornecer o amortecimento necessário aos cabos. Por esta razão é importante referir o estudo de Hoang e Fujino que investigaram a possível combinação de amortecedores e determinaram o aumento do amortecimento. Pelo estudo de diferentes combinações de localização dos amortecedores, Hoang e Fujino concluíram que a combinação de dois amortecedores instalados perto da mesma ancoragem não fornece um aumento do amortecimento. Ao contrário, a instalação de um amortecedor perto de cada ancoragem do cabo fornece um significativo aumento do amortecimento. Na base desta conclusão está um trabalho de investigação realizado por Hoang e Fujino [3]. Este efeito foi estudado em três diferentes combinações amortecedores/localização: (i) idênticos amortecedores viscosos lineares e a igual distância à respectiva ancoragem; (ii) diferentes constantes de amortecedores viscosos lineares e diferentes distâncias de cada respectiva ancoragem; (iii) combinação de um amortecedor viscoso linear e um amortecedor HDR a distâncias diferentes de cada ancoragem.

(i)

Para um cabo esticado onde estão instalados dois amortecedores viscosos lineares a uma distancia x_c de cada respectiva ancoragem (Fig.4.45) dá-nos a respectiva curva universal definida por:

$$\frac{\xi_n}{x_c/L} = \frac{2\eta_n}{1+(\eta_n)^2} \quad (4.173)$$

O amortecimento modal conseguido é portanto o dobro do amortecimento modal fornecido por um simples amortecedor expressa em (4.109).

(i)

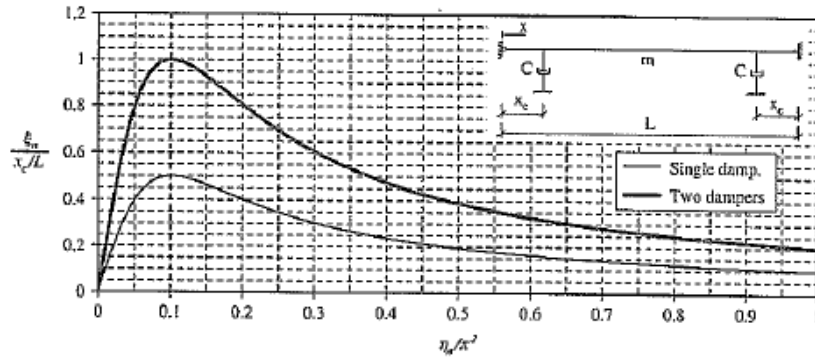


Figura 4.45- Amortecimento modal associado à combinação de dois amortecedores viscosos lineares

(ii)

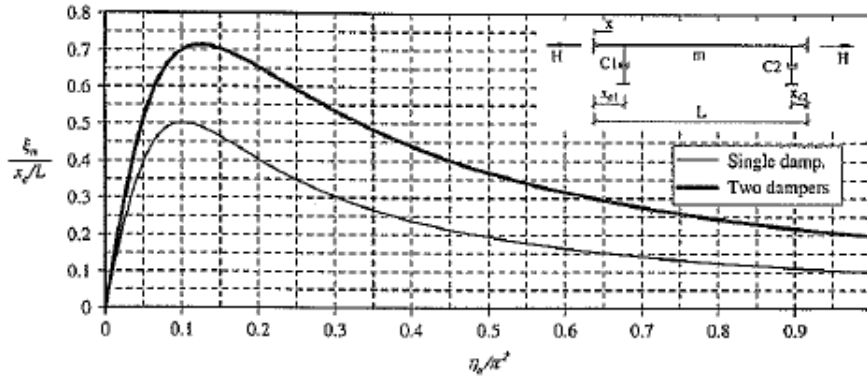


Figura 4.46- Amortecimento modal associado à combinação de dois amortecedores viscosos lineares a diferentes distâncias da respectiva ancoragem

Considerando dois diferentes amortecedores viscosos lineares com constantes c_1 e c_2 instalados num cabo esticado à distância de cada ancoragem x_{c1} e x_{c2} (Fig.4.46), o amortecimento modal é obtido por:

$$\xi_n = \frac{\eta_{1n}}{1+\eta_{1n}^2} \cdot \frac{x_{c1}}{L} + \frac{\eta_{2n}}{1+\eta_{2n}^2} \cdot \frac{x_{c2}}{L} \quad (4.174)$$

Onde η_{1n} e η_{2n} são as constantes de dimensionamento não dimensionais definidas em (4.129) pelas respectivas constantes de amortecimento c_1 e c_2 . A equação (4.174) representada na Fig.4.46 mostra o aumento do amortecimento modal do cabo em relação ao fornecido por um único amortecedor.

É conseguida a máxima razão do amortecimento modal quando cada amortecedor está separadamente na sua condição óptima. Os parâmetros não dimensionais de amortecimento óptimo são $\eta_1^{opt} = \eta_2^{opt} = 1$, sendo:

$$\xi_n^{max} = \frac{x_{c1} + x_{c2}}{2L} \quad (4.175)$$

(iii)

A expressão assintótica para a razão do amortecimento modal para um cabo onde se encontra instalado um amortecedor linear viscoso e um HDR à distância respectiva de cada ancoragem x_c e x_R (Fig.4.347), foi derivada por Hoang e Fujino, que definiram as funções não dimensionais da razão do

amortecimento η_n e η_R para um amortecedor viscoso e HDR, definidas respectivamente em (4.129) e (4.159), e para um material de factor de perda φ é,

$$\xi_n = \frac{\eta_n}{1+\eta_n^2} \cdot \frac{x_c}{L} + \frac{\varphi \eta_R}{(1+\eta_R)^2 + \varphi^2 \eta_R^2} \cdot \frac{x_R}{L} \quad (4.176)$$

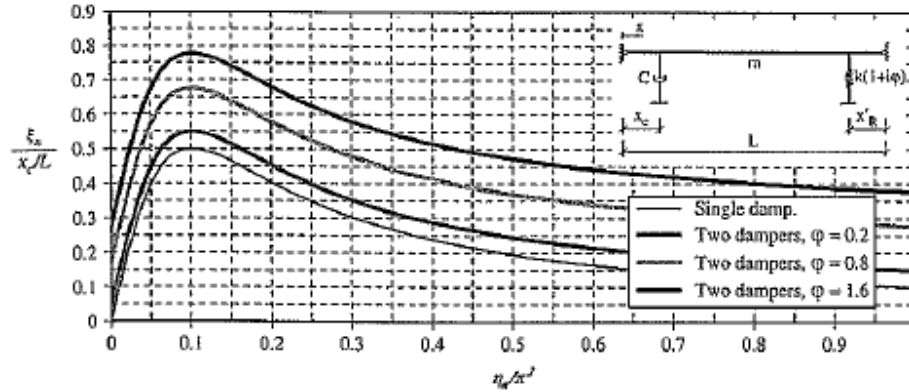


Figura 4.47- Amortecimento modal associado à combinação de um amortecedor viscoso linear com um amortecedor HDR

O amortecimento modal conseguido é mais uma vez a soma dos amortecimentos modais obtidos individualmente e encontra-se representado na Fig.4.47 considerando um valor óptimo η_R definida em (4.161) e para diferentes valores do factor de perda φ .

4.8 Dimensionamento de amortecedores passivo em tirantes

4.8.1 Introdução

No ponto anterior foi descrito o referencial teórico do efeito da instalação de um amortecedor num cabo à tracção perto da ancoragem. Podendo, muito resumidamente, concluir-se que existe um amortecimento óptimo para cada tirante, existindo ainda factores que provocam a perda da eficiência deste, como o efeito de curvatura, da rigidez à flexão, etc.. Porém, na maior parte dos casos, o amortecimento mínimo necessário para que o tirante cumpra os requisitos mínimos de segurança, são inferiores ao amortecimento óptimo. Assim, se necessário, é realizado o dimensionamento do amortecedor tendo em consideração os requisitos mínimos de segurança que serão descritos de seguida.

4.8.2 Requisitos mínimos de segurança

O Eurocódigo 3 possui um ponto que refere uma estimativa do risco para vibrações em tirantes que passo a transcrever [21]:

Nota: A complexidade do fenómeno físico envolve parâmetros em que nem sempre é possível compreender, na totalidade, o risco de vibrações em cabos à tracção. Em contra ponto, razões económicas proíbem o uso de medidas preventivas “não necessárias”. As seguintes regras pretendem ser um guia com intenção de ajudar a encontrar uma solução:

■ A instabilidade provocada pela chuva e vento tem de ser prevenida sistematicamente através de medidas aerodinâmicas; isto é, cabos à tracção que apresentam rugosidade.

■ O risco de ocorrência de vibrações em cabos à tracção aumenta com o aumento do seu comprimento. Geralmente cabos à tracção de pequeno comprimento (menos de 70 – 80m) não envolvem risco, a menos que ocorra uma ressonância paramétrica devido a uma estrutura particularmente instável (fraca aerodinâmica do pilar ou do tabuleiro e um tabuleiro flexível). Geralmente, em consequência, não é necessário implementar amortecedores em cabos à tracção de comprimento reduzido.

■ Em cabos à tracção de grande comprimento (mais de 80m), é recomendável a instalação de amortecedores de forma a garantir uma razão de amortecimento maior que 0.5%. Pode vir a ser possível dispensar a implementação de amortecedores nos tirantes situados nos vãos laterais, caso o vão seja tão pequeno que não provoque maiores assentamentos das ancoragens.

■ O risco da ocorrência, devido à excitação paramétrica, deve ser tido em conta na fase do design da ponte através do estudo detalhado dos modos próprios da estrutura e dos tirantes, envolvendo o cálculo da razão da frequência angular e o assentamento das ancoragens para cada modo.

■ Tudo deve ser realizado de forma a evitar sobreposição de frequências, Ex: situações onde a frequência de excitação do cabo à tracção Ω é próxima (até 20%) da frequência da estrutura ω_n ou $2\omega_n$. Se necessário, podem ser implementados cabos adicionais de forma a mudar a frequência angular de modo dos cabos à tracção.

■ De forma a assegurar que os utentes da estrutura se sintam seguros, a amplitude das oscilações do cabo à tracção devem ser limitadas utilizando um critério. Ex: Estando na presença de um vento a uma velocidade de 15 m/s a amplitude da oscilação do tirante não deve exceder $L/500$, onde L é o comprimento da corda do cabo.

Na realização da ponte Vasco da Gama ainda foi utilizado outro critério: que para a velocidade de 15 m/s a amplitude da oscilação do tirante não poderia exceder os 10cm.

Porém, para o dimensionamento dos amortecedores para os três cabos em estudo, utilizarei apenas o critério do Eurocódigo 3 (descrito no ultimo ponto deste).

4.8.3 Dimensionamento

Assim na seguinte tabela estão ilustrados a amplitude teórica a que os tirantes podem atingir para $U = 15 \text{ m/s}$.

Tabela 4.25- Amplitude teórica

Cabo	$L/500$
HC01	0,069
HC15	0,295
CN01	0,882

Verificamos que todos os cabos necessitam de implementar um amortecedor passivo, pois a amplitude verificada para 15 m/s é superior ao mínimo requerido (Tabela 4.27).

Tabela 4.26- Amplitude dinâmica vs Amplitude teórica

Cabo	$A(m)$	$A_{m\acute{a}x}(m)$	Ok/KO
HC01	0,302	0,069	KO
HC15	2,105	0,295	KO
CN01	8,041	0,882	KO

Assim, é necessário instalar um amortecedor em cada um dos tirantes.

Uma das mais importantes decisões no dimensionamento de um amortecedor é escolher a distância deste à ancoragem do cabo. Sendo, que quanto maior x_c/L , maior será o amortecimento máximo atingido pelo cabo. Porém, como é fácil de entender, existem restrições estéticas e técnicas para limitar esta distância. Para um amortecedor externo, e considerando um amortecedor que apenas consegue atingir uma altura h , e um cabo inclinado apresentando um ângulo em relação à horizontal igual a α , então x_c será:

$$x_c = \frac{h}{\sin(\alpha)} \quad (4.177)$$

Definindo uma altura do amortecedor igual a $3m$, é então possível calcular a distância do amortecedor à ancoragem, estando os resultados ilustrados na tabela 4.27.

Tabela 4.27 - x_c/L dos cabos estudados (amortecedor externo)

Cabo	$h(m)$	$\alpha(^{\circ})$	$x_c(m)$	$L(m)$	x_c/L	$\approx x_c/L$
HC01	3,00	87,0098	3,00	34,7	0,086	0,06
HC15	3,00	31,2596	5,78	147,5	0,039	0,04
CN01	3,00	17,6950	9,87	440,9	0,022	0,02

Porém, se o amortecedor for interno, o cálculo já será diferente. Assim, considerando que um amortecedor interno e o seu tubo de desvio só podem ter um comprimento máximo de $6m$, o x_c/L máximo será:

Tabela 4.28- x_c/L para um amortecedor interno

Cabo	$L(m)$	$x_{c,m\acute{a}x}(m)$	x_c/L	$\approx x_c/L$
HC01	34,7	6	0,173	0,06
HC15	147,5	6	0,041	0,04
CN01	440,9	6	0,014	0,01

De seguida é dimensionado o amortecedor para cada um dos tirantes.

HC01

Tabela 4.29- Dados necessários do cabo HC01 para o dimensionamento do amortecedor

$L(m)$	$T_{m\acute{a}x}(kN)$	$m(kg/m)$	ζ	λ^2	x_c/L	$\xi_{tot}(\%)$	$f_{01}(Hz)$
34,697	2045	42,9	24	0,023	0,06	0,19	3,137

Para o cabo HC01 será dimensionado um amortecedor interno.

O amortecimento mínimo que o cabo terá de ter para que a $A_{m\acute{a}x} = 0,069m$ é:

$$\xi_{min} = \xi_{tot} \cdot \frac{A}{A_{m\acute{a}x}} = 0,19 \cdot \frac{0,302}{0,069} = 0,832\%$$

Porém, como foi descrito no ponto 4.7 o amortecedor perde eficiência perante um conjunto de factores, sendo que um dos factores no caso de um amortecedor interno é o da flexibilidade do tubo de desvio a que este está rigidamente ligado.

Assim, considerando uma perda da eficiência igual a 5%, calcularemos a rigidez do apoio do amortecedor pelo ponto 4.7.6.2:

$$R_{kt}(k, x_c, H) = \frac{(\xi_{kn})_{max}}{(\xi_n)_{max}} = \frac{\bar{\eta}_k}{1 + \bar{\eta}_k} \Leftrightarrow 0,95 = \frac{\bar{\eta}_k}{1 + \bar{\eta}_k} \Leftrightarrow \bar{\eta}_k = 19$$

$$\bar{\eta}_k = \frac{kx_c}{H} \Leftrightarrow k = \frac{19 \times 2045,0}{(0,06 \times 34,697)} = 18663,96 \text{ kN/m}$$

Desta forma, o amortecimento mínimo depois de considerada a perda resultante da flexibilidade do tubo de desvio é:

$$\xi_{min} = \frac{0,832}{0,95} \cong 0,88\%$$

Como o cabo HC01 é um cabo que apresenta um $\zeta < 100$ e um $\lambda^2 \ll 1$ o dimensionamento do amortecedor vai ser realizado pela formulação numérica de Tabatabai e Mehrabi que se encontra no ponto 4.7.5, assim:

$$\begin{cases} \xi_1 = \frac{a\zeta^b}{\eta^e(\zeta^b+d)} \cdot \ln(\eta) & 2 \leq \eta \leq \eta_e \\ \xi_1 = \xi_1(\eta=2) \cdot \frac{\eta}{2} & 0 < \eta < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \xi_1 = \frac{a\zeta^b}{\eta^e(\zeta^b+d)} \cdot \ln(\eta) \Leftrightarrow 0,88 = \frac{3,278 \cdot 24^{1,7}}{\eta^{0,305}(24^{1,7}+259)} \cdot \ln(\eta) \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \eta = 2,066$$

Como η está entre 2 e $\eta_e = 6$, conclui-se que é válida a equação anterior, assim:

$$\eta = \frac{\pi c}{mL\omega_{01}} \Leftrightarrow 2,066 = \frac{\pi c}{42,9 \times 34,697 \times 3,137 \times 2\pi} \Leftrightarrow c = 19,3 \text{ kN.s/m}$$

O amortecimento total do cabo será:

$$\xi_{tot} = \xi_{cabo} + \xi_{amortecedor} = 0,19 + 0,83 = 1,02\%$$

HC15

Tabela 4.30- Dados necessários do cabo HC15 para o dimensionamento do amortecedor

$L(m)$	$T_{m\acute{a}x}(kN)$	$m(kg/m)$	ζ	λ^2	x_c/L	$\xi_{tot}(\%)$	$f_1(Hz)$	$f_{01}(Hz)$
147,457	4305,5	74,8	95	0,241	0,04	0,29	0,817	0,811

O amortecimento mínimo que o cabo terá de ter para que a $A_{m\acute{a}x} = 0,295m$ é:

$$\xi_{m\acute{i}n} = \xi_{tot} \cdot \frac{A}{A_{m\acute{a}x}} = 0,29 \cdot \frac{2,105}{0,295} = 2,069\%$$

Para este cabo o amortecimento requerido é alto, desta forma, calcularemos em primeiro lugar o amortecimento óptimo para este cabo. Este cabo por ser um cabo de comprimento médio o dimensionamento do amortecedor deve ser realizada para uma combinação dos efeitos de curvatura, rigidez à flexão e flexibilidade do amortecedor, assim pelo ponto 4.7.8:

$$\frac{\xi_n^{m\acute{a}x}}{x_c/L} = 0,5 \cdot R_n \cdot R_{EI} \cdot R_{KEI}$$

$$R_1 = \frac{\left[\tan\left(\frac{k_n \pi}{2}\right) - \left(\frac{k_n \pi}{2} \cdot \frac{x_c}{L}\right) \right]^2}{\tan^2\left(\frac{k_n \pi}{2}\right) + \frac{12}{\lambda^2} \cdot \left(\frac{k_n \pi}{2}\right)^2} = \frac{\left[\tan\left(\frac{\left(\frac{0,817}{0,811}\right) \pi}{2}\right) - \left(\frac{0,817}{0,811} \cdot \frac{\pi}{2} \cdot 0,04\right) \right]^2}{\tan^2\left(\frac{\left(\frac{0,817}{0,811}\right) \pi}{2}\right) + \frac{12}{0,241} \cdot \left(\frac{0,817}{0,811} \cdot \frac{\pi}{2}\right)^2} = 0,985$$

$$\text{Sendo, } k_n = \frac{\omega_n}{\omega_{01}}$$

$$R_{EI} = \frac{(1-q)^2}{1-q-rq^2/2} = \frac{(1-0,257)^2}{1-0,257-3,8 \times 0,257^2/2} = 0,894$$

Em que,

$$r = \zeta \frac{x_c}{L} = 95 \times 0,04 = 3,8$$

$$q = \frac{1-e^{-r}}{r} = \frac{1-e^{-3,8}}{3,8} = 0,257$$

Embora estas as equações devido ao efeito da rigidez à flexão só serem válidas para um $\zeta \geq 100$, porém o ζ está próximo de 100 e desta forma considero válida a equação.

$$R_{KEI} = \frac{\bar{\eta}_k \cdot \eta_{EI}}{1 + \bar{\eta}_k \cdot \eta_{EI}} = \frac{19 \times 0,617}{1 + 19 \times 0,617} = 0,921$$

Considerando uma perda da eficiência igual a 5%, calcularemos a rigidez do apoio do amortecedor pelo ponto 4.7.6.2:

$$R_{kt}(k, x_c, H) = \frac{(\xi_{kn})_{max}}{(\xi_n)_{max}} = \frac{\bar{\eta}_k}{1 + \bar{\eta}_k} \Leftrightarrow 0,95 = \frac{\bar{\eta}_k}{1 + \bar{\eta}_k} \Leftrightarrow \bar{\eta}_k = 19$$

$$\bar{\eta}_k = \frac{kx_c}{H} \Leftrightarrow k = \frac{19 \times 4305,5}{(0,04 \times 147,457)} = 13869,21 \text{ kN/m}$$

E

$$\eta_{EI} = 1 - q - 1/2 \cdot r q^2 = 1 - 0,257 - 1/2 \times 3,8 \times 0,257^2 = 0,617$$

Desta forma,

$$\frac{\xi_1^{max}}{x_c/L} = 0,5 \cdot R_1 \cdot R_{EI} \cdot R_{KEI} \Leftrightarrow \xi_1^{max} = 0,5 \times 0,985 \times 0,894 \times 0,921 \times 0,04 = 1,62\%$$

Como o amortecimento requerido é superior ao amortecimento fornecido por um amortecedor óptimo, torna-se necessário implementar dois amortecedores, como se pode ver pelo ponto 4.7.9.

Os amortecedores serão exactamente iguais e ficaram posicionados a uma distância $x_c/L = 0,04$ da respectiva ancoragem mais próxima, logo o amortecimento mínimo proporcionado por cada amortecedor é:

$$\xi_{min} = \frac{2,069\%}{2} = 1,04\%$$

$$\frac{\xi_1}{x_c/L} = R_n \cdot R_{EI} \cdot R_{KEI} \cdot \frac{\eta_1 \cdot \eta_{KEI}}{1 + (\eta_1 \cdot \eta_{KEI})^2} \Leftrightarrow \frac{1,04 \times 10^{-2}}{0,04} = 0,985 \times 0,894 \times 0,921 \frac{\eta_1 \cdot 0,670}{1 + (\eta_1 \cdot 0,670)^2}$$

$$\Leftrightarrow \eta_1 = 0,541$$

$$\eta_{KEI} = \eta_{EI} + \frac{1}{\bar{\eta}_k} = 0,617 + \frac{1}{19} = 0,670$$

$$\eta_1 = \eta_{k1} \pi \frac{x_c}{L} \Leftrightarrow \eta = \frac{0,541}{0,817 / 0,811 \times \pi \times 0,04} = 4,274$$

$$\eta = \frac{\pi c}{m L \omega_{01}} \Leftrightarrow 4,275 = \frac{\pi c}{74,8 \times 147,457 \times 2\pi \times 0,811} \Leftrightarrow c = 76,5 \text{ kN.s/m}$$

O amortecimento total do cabo será:

$$\xi_{tot} = \xi_{cabo} + \xi_{amortecedor} = 0,29 + 2,08 = 2,37\%$$

CN01

Tabela 4.31- Dados necessários do cabo CN01 para o dimensionamento do amortecedor

$L(m)$	$T_{max}(kN)$	$m(kg/m)$	ζ	λ^2	x_c/L	$\xi_{tot}(\%)$	$f_1(Hz)$	$f_{01}(Hz)$
440,858	6850,5	133	182	3,085	0,02	0,53	0,284	0,256

O amortecimento mínimo que o cabo terá de ter para que a $A_{max} = 0,882m$ é:

$$\xi_{min} = \xi_{tot} \cdot \frac{A}{A_{max}} = 0,53 \frac{8,041}{0,882} = 4,83\%$$

Para este cabo o amortecimento requerido é muito alto, desta forma calcularemos em primeiro lugar o amortecimento óptimo para este cabo. Este cabo por ser um cabo de comprimento muito longo o dimensionamento do amortecedor deve ser realizado para uma combinação dos efeitos de curvatura, rigidez à flexão e flexibilidade do amortecedor, assim pelo ponto 4.7.8:

$$\frac{\xi_n^{máx}}{x_c/L} = 0,5 \cdot R_n \cdot R_{EI} \cdot R_{kEI}$$

$$R_1 = \frac{\left[\tan\left(\frac{k_n \pi}{2}\right) - \left(\frac{k_n \pi}{2} \cdot \frac{x_c}{L}\right) \right]^2}{\tan^2\left(\frac{k_n \pi}{2}\right) + \frac{12}{\lambda^2} \cdot \left(\frac{k_n \pi}{2}\right)^2} = \frac{\left[\tan\left(\frac{\left(\frac{0,284}{0,256}\right) \pi}{2}\right) - \left(\frac{0,284}{0,256} \cdot \frac{\pi}{2} \cdot 0,02\right) \right]^2}{\tan^2\left(\frac{\left(\frac{0,284}{0,256}\right) \pi}{2}\right) + \frac{12}{3,085} \cdot \left(\frac{0,284}{0,256} \cdot \frac{\pi}{2}\right)^2} = 0,747$$

$$\text{Sendo, } k_n = \frac{\omega_n}{\omega_{01}}$$

$$R_{EI} = \frac{(1-q)^2}{1-q-rq^2/2} = \frac{(1-0,265)^2}{1-0,265-3,68 \times 0,265^2/2} = 0,892$$

Em que,

$$r = \zeta \frac{x_c}{L} = 182 \times 0,02 = 3,68$$

$$q = \frac{1-e^{-r}}{r} = \frac{1-e^{-3,68}}{3,68} = 0,265$$

O amortecedor colocado próximo da ancoragem do tabuleiro, será um amortecedor externo. Assim, a perda de eficiência provocada pela rigidez do apoio do amortecedor é praticamente nula, devido à rigidez ser muito elevada, assim

$$R_{kEI} = 1,0$$

$$\frac{\xi_1^{máx}}{x_c/L} = 0,5 \cdot R_1 \cdot R_{EI} \cdot R_{kEI} \Leftrightarrow \xi_1^{máx} = 0,5 \times 0,747 \times 0,892 \times 1,0 \times 0,02 = 0,67\%$$

Assim,

$$\eta_1^{opt} = \frac{1}{\eta_{kEI} \cdot k_1} = \frac{1}{0,606 \times \left(\frac{0,284}{0,256}\right)} = 1,49$$

$$\eta_{kEI} = \eta_{EI} + \frac{1}{\bar{\eta}_k} = 0,606 + \frac{1}{\infty} = 0,606$$

$$\eta_{EI} = 1 - q - 1/2 \cdot rq^2 = 1 - 0,265 - 1/2 \times 3,68 \times 0,265^2 = 0,606$$

$\bar{\eta}_k$ tende para infinito como se pode ver pela Figura 4.32.

$$\eta_1 = \eta k_1 \pi \frac{x_c}{L} \Leftrightarrow \eta = \frac{1,49}{\left(\frac{0,284}{0,256}\right) \pi \cdot 0,02} = 21,34$$

$$\eta = \frac{\pi c}{mL\omega_{01}} \Leftrightarrow 21,34 = \frac{\pi c}{133 \times 440,858 \times 2\pi \times 0,256} \Leftrightarrow c = 640,6 \text{ kN.s/m}$$

Necessitamos de instalar outro amortecedor, porém mesmo assim nunca chegaremos ao amortecimento desejável. Ainda para mais o outro amortecedor terá de ser um amortecedor interno, que implica no caso deste cabo um $x_c/L = 0,01$. Assim:

$$\frac{\xi_n^{máx}}{x_c/L} = 0,5 \cdot R_n \cdot R_{EI} \cdot R_{kEI}$$

$$R_1 = \frac{\left[\tan\left(\frac{k_n \pi}{2}\right) - \left(\frac{k_n \pi}{2} \cdot \frac{x_c}{L}\right) \right]^2}{\tan^2\left(\frac{k_n \pi}{2}\right) + \frac{12}{\lambda^2} \cdot \left(\frac{k_n \pi}{2}\right)^2} = \frac{\left[\tan\left(\frac{\left(\frac{0,284}{0,256}\right)\pi}{2}\right) - \left(\frac{0,284}{0,256} \cdot \frac{\pi}{2} \cdot 0,01\right) \right]^2}{\tan^2\left(\frac{\left(\frac{0,284}{0,256}\right)\pi}{2}\right) + \frac{12}{3,085} \cdot \left(\frac{0,284}{0,256} \cdot \frac{\pi}{2}\right)^2} = 0,741$$

Sendo, $k_n = \frac{\omega_n}{\omega_{01}}$

$$R_{EI} = \frac{(1-q)^2}{1-q-rq^2/2} = \frac{(1-0,460)^2}{1-0,460-1,82 \times 0,460^2/2} = 0,839$$

Em que,

$$r = \zeta \frac{x_c}{L} = 182 \times 0,01 = 1,82$$

$$q = \frac{1-e^{-r}}{r} = \frac{1-e^{-3,68}}{3,68} = 0,460$$

Para o amortecedor perto do pilar da ponte já teremos um amortecedor interno, assim a perda da eficiência devido à rigidez do apoio do amortecedor é:

$$R_{kEI} = \frac{\bar{\eta}_k \cdot \eta_{EI}}{1 + \bar{\eta}_k \cdot \eta_{EI}} = \frac{19 \times 0,347}{1 + 19 \times 0,347} = 0,868$$

Considerando uma perda da eficiência igual a 5%, calcularemos a rigidez do apoio do amortecedor pelo ponto 4.7.6.2:

$$R_{kt}(k, x_c, H) = \frac{(\xi_{kn})_{max}}{(\xi_n)_{max}} = \frac{\bar{\eta}_k}{1 + \bar{\eta}_k} \Leftrightarrow 0,95 = \frac{\bar{\eta}_k}{1 + \bar{\eta}_k} \Leftrightarrow \bar{\eta}_k = 19$$

$$\bar{\eta}_k = \frac{k x_c}{H} \Leftrightarrow k = \frac{19 \times 6850,5}{(0,01 \times 440,858)} = 29524,13 \text{ kN/m}$$

E

$$\eta_{EI} = 1 - q - 1/2 \cdot r q^2 = 1 - 0,460 - 1/2 \times 1,82 \times 0,460^2 = 0,347$$

$$\frac{\xi_1^{max}}{x_c/L} = 0,5 \cdot R_1 \cdot R_{EI} \cdot R_{kEI} \Leftrightarrow \xi_1^{max} = 0,5 \times 0,741 \times 0,839 \times 0,868 \times 0,01 = 0,27\%$$

Assim,

$$\eta_1^{opt} = \frac{1}{\eta_{kEI} \cdot k_1} = \frac{1}{0,400 \times \left(\frac{0,284}{0,256}\right)} = 2,26$$

$$\eta_{kEI} = \eta_{EI} + \frac{1}{\bar{\eta}_k} = 0,347 + \frac{1}{19} = 0,400$$

$$\eta_1 = \eta k_1 \pi \frac{x_c}{L} \Leftrightarrow \eta = \frac{2,26}{\left(\frac{0,284}{0,256}\right) \pi \cdot 0,01} = 64,72$$

$$\eta = \frac{\pi c}{m L \omega_{01}} \Leftrightarrow 64,72 = \frac{\pi c}{133 \times 440,858 \times 2\pi \times 0,256} \Leftrightarrow c = 1942,9 \text{ kN.s/m}$$

O amortecimento total devido à implementação dos dois amortecedores será como indica o ponto 4.7.9 o somatório do amortecimento dos dois amortecedores, assim:

$$\xi_{tot,1} = 0,67\% + 0,27\% = 0,94\%$$

Portanto, a amplitude dinâmica máxima esperada para uma velocidade igual a 15 m/s é:

$$\xi = \xi_{cabo} \cdot \frac{A}{A_{m\acute{a}x}} \Leftrightarrow (0,94 + 0,53) = 0,53 \cdot \frac{8,041}{A_{m\acute{a}x}} \Leftrightarrow A_{m\acute{a}x} = 2,90m$$

O amortecimento total do cabo será:

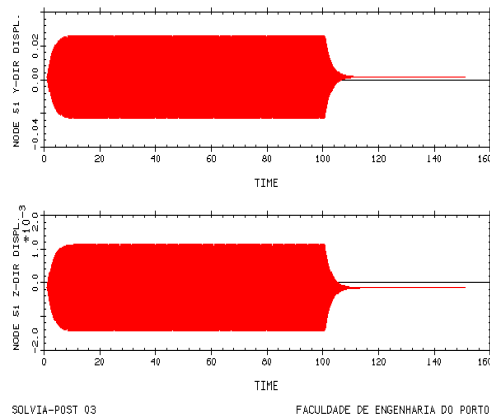
$$\xi_{tot} = \xi_{cabo} + \xi_{amortecedor} = 0,53 + 0,94 = 1,47\%$$

Acabado o pré-dimensionamento, é realizado, no software Solvia, o cálculo da amplitude dinâmica dos cabos. No mesmo cálculo foi estudada a resposta do cabo provida pelo amortecimento próprio do cabo e pelo amortecedor, ou amortecedores (Tabela 4.32).

Tabela 4.32- Características dos amortecedores

Cabo	1º Amortecedor			2º Amortecedor		
	x_c/L	$c(KN.s/m)$	$k(KN/m)$	x_c/L	$c(KN.s/m)$	$k(KN/m)$
HC01	0,06	19,3	18663,96	-	-	-
HC15	0,04	76,5	13869,21	0,04	76,5	13869,21
CN01	0,02	640,6	∞	0,01	1942,9	29524,13

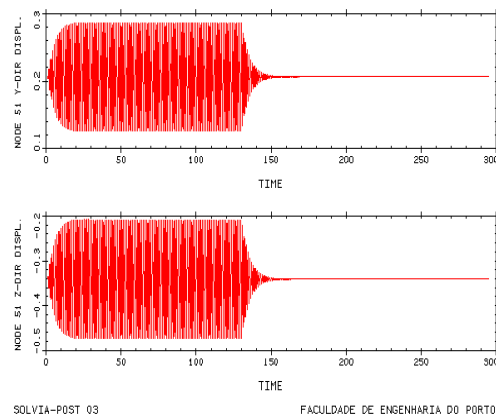
Nas três figuras seguintes estão representados os deslocamentos em ordem ao tempo devido à força do vento. A força do vento num determinado momento passa a ser nula.



SOLVIA-POST 03

FACULDADE DE ENGENHARIA DO PORTO

Figura 4.48 – Resposta dinâmica de HC01



SOLVIA-POST 03

FACULDADE DE ENGENHARIA DO PORTO

Figura 4.49 – Resposta dinâmica de HC15

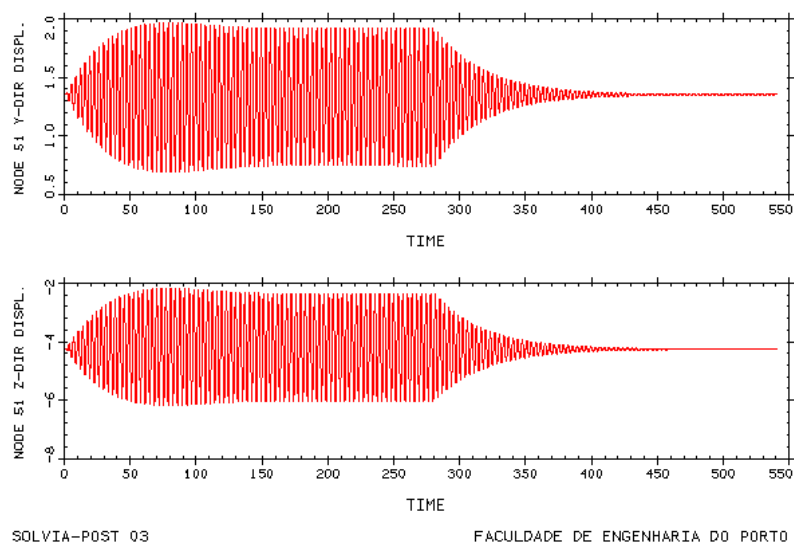


Figura 4.50 – Resposta dinâmica de CN01

Tabela 4.33- Amplitude verificada nos cabos e o seu amortecimento

Cabo	Amplitude(m)	$\xi(\%)$
HC01	0,0247	2,25
HC15	0,155	3,70
CN01	1,916	1,45

Os resultados ilustrados pela tabela foram inesperados. Centrando-nos nos resultados verificados para o cabo CN01 verifica-se que o amortecimento está muito próximo ao esperado, porém o mesmo não se pode dizer da amplitude, que é inferior à esperada. Mais, quando foi calculada a amplitude dinâmica através do programa solvia para um cabo horizontal com um amortecimento próprio de 2%, os resultados foram iguais aos verificados pela formulação analítica e a amplitude verificada foi igual a 2,131m. Ou seja, uma amplitude superior à verificada para um amortecimento igual a 1,45%. Não entrando já em conclusões, foi calculado de seguida a amplitude dinâmica para um amortecimento próprio de 2% para o cabo CN01, estando agora inclinado.

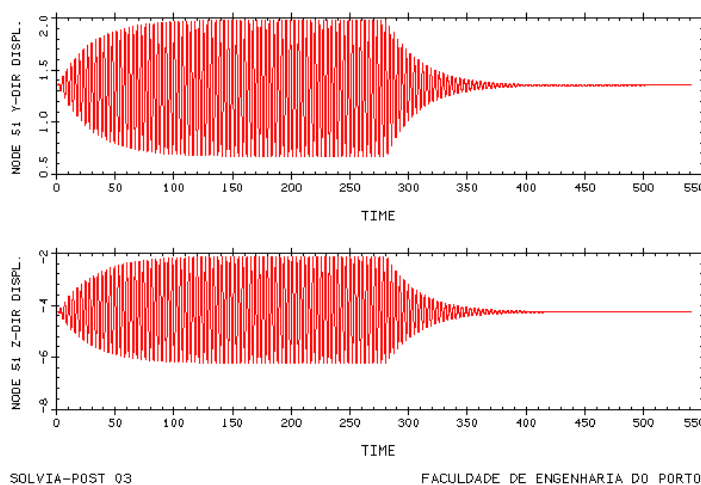
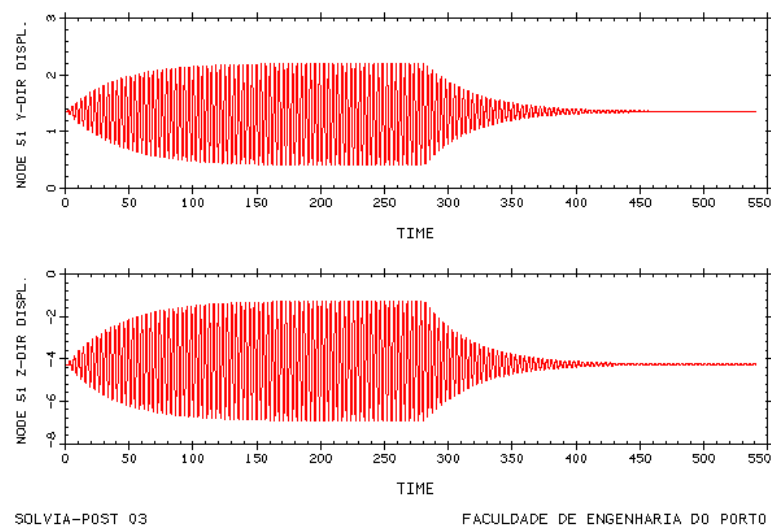
Figura 4.51-Amplitude dinâmica de CN01 para um $\xi_{próprio} = 2\%$

Tabela 4.34-Amplitude de CN01 para um $\xi_{próprio} = 2\%$ e comparação com a amplitude obtida para o cabo horizontal

Cabo	Cabo Inclinado		Cabo Horizontal	
	Amplitude(m)	$\xi(\%)$	Amplitude(m)	Erro(%)
CN01	2,160	1,98	2,131	1,3

Através dos resultados podemos concluir que o erro da amplitude dinâmica, quando este se encontra numa posição inclinada ou horizontal, é mínimo. Concluiu-se, também, que existe um erro no cálculo, através do software Solvia, da amplitude dinâmica quando o cabo apresenta um baixo amortecimento próprio, ou seja, independentemente do aumento do amortecimento do cabo fornecido pelos amortecedores. Este facto é de fácil constatação, através do cálculo da amplitude dinâmica para um amortecimento próprio do cabo, tendo este um amortecimento próprio igual a 1,45%.

Figura 4.52-Amplitude dinâmica de CN01 para um $\xi_{próprio} = 1,45\%$ Tabela 4.35-Amplitude de CN01 para um $\xi_{próprio} = 1,45\%$ e comparação com a amplitude obtida pela formulação analítica

Cabo	Solvía		F. Analítica	
	Amplitude(m)	$\xi(\%)$	Amplitude(m)	Erro(%)
CN01	2,971	1,41	2,94	1,0

De seguida é realizada uma ultima experiência, onde calcularei a amplitude do cabo CN01 e a respectiva verificação do amortecimento do cabo para: i) CN01 com um $\xi_{próprio} = 1,45\%$ e instalado os dois amortecedores do pré-dimensionamento; ii) CN01 com um $\xi_{próprio} = 1,45\%$ e instalado o primeiro amortecedor do pré-dimensionamento; iii) CN01 com um $\xi_{próprio} = 1,45\%$ e instalado o segundo amortecedor do pré-dimensionamento.

Assim, os resultados estão na tabela 4.36.

Tabela 4.36-Resultados da experiência

CN01	Formulação Analítica		Solvía	
	Amplitude(m)	$\xi(\%)$	Amplitude(m)	$\xi(\%)$
i)	1,78	2,39	1,50	2,44
ii)	2,01	2,12	1,83	2,15
iii)	2,48	1,72	2,35	1,70

Embora a amplitude seja um pouco inferior à esperada, podendo também existir um pequeno erro, o importante é que embora a amplitude dinâmica não esteja muito fiável pelo “input” introduzido no programa Solvia, o mesmo não se pode dizer do amortecimento, que tem sido sempre correcto. Assim, dimensionaremos os amortecedores apenas tendo em conta o amortecimento verificado. Em consequência, teremos uma amplitude muito próxima à desejada, porque em todos os cálculos fiáveis, para um elevado amortecimento próprio, os estudos comparativos deram um pequeno erro.

Embora analisando a tabela 4.33 nos pareça que o amortecimento verificado, quer para o cabo HC01, quer para o HC15, seja demasiado diferente ao esperado pelo pré-dimensionamento. Ao analisar as curvas universais verificamos que isto não é verdade. As curvas universais apresentam três fases distintas. Uma primeira fase, caracterizada por uma forte subida do amortecimento em função do tamanho do amortecedor. Uma segunda fase, caracterizada por um máximo, a que está associado o amortecimento máximo e o tamanho óptimo do amortecedor. É de realçar a ligação entre estas duas fases, que é caracterizada por forte decréscimo do declive até apresentar um declive nulo. Mais, quanto maior é a perda de eficiência do amortecedor, menor é o forte decréscimo do declive, ou seja, a segunda fase apresenta uma forma mais achatada. Já a terceira fase é caracterizada por uma diminuição do amortecimento, que embora seja muito importante para o dimensionamento dos amortecedores, pois é através desta que é feita a verificação do amortecimento para os modos sobrejacentes, não é importante no dimensionamento do amortecedor no modo mais desfavorável.

Assim, torna-se mais fácil explicar os resultados da tabela 4.33. O cabo HC01 apresenta um amortecimento de 2,25%, quando o desejado é 1,02%. Pela curva universal reparamos que o amortecimento desejado se situa numa fase intermédia da primeira fase. Sendo o declive muito alto, pequenas diferenças do tamanho do amortecedor provocam grandes diferenças no amortecimento. Mais, o cabo HC01 apresenta um $x_c/L = 0,06$, tornando maiores diferenças do amortecimento, quando comparadas com os dos outros cabos.

O cabo HC15 apresenta um amortecimento de 3,70%, quando o desejado é 2,37%. Pela curva universal reparamos que para o cabo HC15 o amortecimento desejado se situa no início do segundo terço da primeira fase. O declive é muito alto, embora se comece a aproximar do amortecimento óptimo. Neste caso, pequenas diferenças do tamanho do amortecedor, também provocam grandes diferenças no amortecimento do cabo. Embora $x_c/L = 0,04$ seja inferior ao do cabo HC15, provocando menores diferenças no amortecimento, este cabo apresenta dois amortecedores sendo que a diferença do amortecimento provocado pelo tamanho do amortecedor é multiplicado por dois.

O cabo CN01 apresenta um amortecimento de 1,45%, quando o desejado é 1,47%. O erro é muito pequeno. É explicável pelo facto de o amortecimento desejado ser o amortecimento óptimo, ou seja, o amortecimento desejado situa-se na segunda fase da curva universal. Mais, como este cabo apresenta perdas de eficiência muito elevadas, a segunda fase fica mais achatada, quando comparado com a segunda fase de um cabo esticado. Assim, pequenas diferenças do tamanho do amortecedor provocam pequenas diferenças no amortecimento do cabo.

É agora necessário, através de um processo iterativo no programa Solvia, determinar o tamanho do amortecedor desejado para cada um dos cabos.

HC01

Foi então realizado o cálculo iterativo e o resultado está ilustrado na tabela 4.37.

Tabela 4.37-Resultado do processo iterativo no cálculo do tamanho do amortecedor no cabo HC01

Cabo	$c(KN.s/m)$	$\xi(\%)$
HC01	7,5	1,04

Antes de concluir o resultado irei calcular o tamanho do amortecedor para um cabo esticado pela formulação assintótica de krenk.

$$\frac{\xi_1}{x_c/L} = \frac{\eta\pi x_c/L}{1 + (\eta\pi x_c/L)^2} \Leftrightarrow \frac{0,88 \times 10^{-2}}{0,06} = \frac{\eta\pi \times 0,06}{1 + (\eta\pi \times 0,06)^2} \Leftrightarrow \eta = 0,796$$

$$\eta = \frac{\pi c}{mL\omega_{01}} \Leftrightarrow 0,796 = \frac{\pi c}{42,9 \times 34,697 \times 2\pi \times 3,137} \Leftrightarrow c = 7,4 KN.s/m$$

O tamanho do amortecedor do cabo HC01 é muito próximo em comparação da formulação de Krenk para cabos esticados.

De seguida calcularei o tamanho do amortecedor óptimo para a formulação desenvolvida por Tabatabai e Mehrabi e o tamanho de amortecedor, para esse amortecimento óptimo, pela formulação desenvolvida por Krenk.

Tabatabai e Mehrabi:

$$\eta_e = 6$$

$$\eta = \frac{\pi c}{mL\omega_{01}} \Leftrightarrow 6 = \frac{\pi c}{42,9 \times 34,697 \times 3,137 \times 2\pi} \Leftrightarrow c_{opt} = 56,0 KN.s/m$$

$$\xi_{opt1} = \frac{a\zeta^b}{\eta^e(\zeta^b + d)} \cdot \ln(\eta) \Leftrightarrow \xi_{opt} = \frac{3,278 \cdot 24^{1,7}}{6^{0,305}(24^{1,7} + 259)} \cdot \ln(6) = 1,51\%$$

Krenk:

$$\frac{\xi_1}{x_c/L} = \frac{\eta\pi x_c/L}{1 + (\eta\pi x_c/L)^2} \Leftrightarrow \frac{1,51 \times 10^{-2}}{0,06} = \frac{\eta\pi \times 0,06}{1 + (\eta\pi \times 0,06)^2} \Leftrightarrow \eta = 1,50$$

$$\eta = \frac{\pi c}{mL\omega_{01}} \Leftrightarrow 1,50 = \frac{\pi c}{42,9 \times 34,697 \times 2\pi \times 3,137} \Leftrightarrow c = 14,0 KN.s/m$$

Assim, torna-se claro que o programa Solvia, ou não está a ter em conta o efeito rigidez, ou o cabo apresenta um comportamento muito próximo ao cabo esticado.

HC15

Foi então realizado o cálculo iterativo e o resultado está ilustrado na tabela 4.38.

Tabela 4.38-Resultado do processo iterativo no cálculo do tamanho dos amortecedores do cabo HC15

Cabo	$c(KN.s/m)$	$\xi(\%)$
HC15	40,0	2,37

Antes de concluir o resultado irei calcular o tamanho do amortecedor para um cabo esticado pela formulação assintótica de Krenk.

$$\frac{\xi_1}{x_c/L} = \frac{\eta\pi x_c/L}{1 + (\eta\pi x_c/L)^2} \Leftrightarrow \frac{1,04 \times 10^{-2}}{0,04} = \frac{\eta\pi \times 0,04}{1 + (\eta\pi \times 0,04)^2} \Leftrightarrow \eta = 2,232$$

$$\eta = \frac{\pi c}{mL\omega_{01}} \Leftrightarrow 2,232 = \frac{\pi c}{74,8 \times 147,457 \times 2\pi \times 0,811} \Leftrightarrow c = 39,9 KN.s/m$$

De facto, o resultado é similar ao calculado pelo programa Solvia. O resultado é o esperado ao calcular o amortecimento óptimo entre a formulação assintótica de Krenk para cabos esticados e para a formulação desenvolvida por Tabatabai e Mehrabi.

Krenk:

$$\frac{\xi_{1,opt}}{x_c/L} = \frac{\eta\pi x_c/L}{1 + (\eta\pi x_c/L)^2} \Leftrightarrow 0,4999999999 = \frac{\eta\pi \times 0,04}{1 + (\eta\pi \times 0,04)^2} \Leftrightarrow \eta = 7,96$$

$$\eta = \frac{\pi c}{mL\omega_{01}} \Leftrightarrow 7,96 = \frac{\pi c}{74,8 \times 147,457 \times 2\pi \times 0,811} \Leftrightarrow c_{opt} = 142,2 KN.s/m$$

$$\xi_{1,opt} = 2,0\%$$

Tabatabai e Mehrabi:

$$\eta_e = 8$$

$$\eta = \frac{\pi c}{mL\omega_{01}} \Leftrightarrow 8 = \frac{\pi c}{74,8 \times 147,457 \times 0,811 \times 2\pi} \Leftrightarrow c_{opt} = 143,1 KN.s/m$$

$$\xi_{opt} = \frac{a\zeta^b}{\eta^e(\zeta^b + d)} \cdot \ln(\eta) = \frac{1,276 \times 95^{1,795}}{8^{0,081} \times (95^{1,795} + 841)} \times \ln(8) = 1,81\%$$

A razão do resultado verificado no programa Solvia parece ser o correcto, ao explicar cada efeito que leva à redução da eficiência do amortecedor isoladamente:

■ no caso da perda de eficiência do amortecedor devido ao efeito da curvatura é desprezável para o amortecimento desejado. Isto porque $R_1 = 0,985$, ou seja está muito próximo de 1. Vendo a figura 4.34 podemos ver que esta redução é apenas real, se c for próximo de c_{opt} , pois numa primeira fase da curva universal a redução da eficiência é nula.

■ no caso da perda de eficiência do amortecedor devido ao efeito da rigidez à flexão, é neste caso também próximo de zero. Podemos ver que o c_{opt} são muito parecidos quer para a formulação de Krenk, quer para Tabatabai e Mehrabi. Já o ξ_{opt} verificado apresenta uma pequena diferença, porém é fácil de visualizar que as curvas universais não diferem muito uma da outra, até uma situação próxima $\xi = 1,81\%$.

A redução da eficiência do amortecedor devido ao efeito da rigidez à flexão, calculada aquando do pré-dimensionamento, foi calculada pela formulação de Hoang e Fujino, sendo esta apenas válida para $\zeta \geq 100$. Assim, é natural que o resultado verificado não seja muito correcto.

Porém à que ter em atenção um possível erro em relação ao efeito da rigidez à flexão.

CN01

Embora para o cabo CN01 o amortecimento já é próximo do desejado, tentarei com o processo iterativo maximizar o amortecimento. Ao variar o tamanho do amortecedor reparei, como era de esperar, quer aumentando, quer diminuindo um pouco o tamanho de qualquer dos amortecedores o amortecimento não sofria grandes variações. Desta forma, preferi não modificar o tamanho dos amortecedores. É de notar, que este resultado era esperado, porque os amortecedores foram dimensionado para o amortecimento óptimo, e porque este cabo é um cabo muito longo, sendo susceptível a menores erros, relativos às formulações devido aos diversos efeitos de perda de eficiência do amortecedor.

Assim, estão dimensionados os amortecedores para cada um dos cabos (vou considerar certo o dimensionamento para o cabo HC01, embora seja necessário mais investigação).

Tabela 4.39-Tamanho dos amortecedores

Cabo	1º Amortecedor			2º Amortecedor		
	x_c/L	$c(KN.s/m)$	$k(KN/m)$	x_c/L	$c(KN.s/m)$	$k(KN/m)$
HC01	0,06	7,5	18663,96	-	-	-
HC15	0,04	40,0	13869,21	0,04	40,0	13869,21
CN01	0,02	640,6	∞	0,01	1942,9	29524,13

Terminado o dimensionamento, é preciso dizer que a conclusão, aquando de tentar explicar o porquê da diferença do amortecimento protagonizado pelos amortecedores do pré-dimensionamento, está obviamente errada, como foi explicado anteriormente.

5

CONCLUSÃO

As pontes de tirantes desenvolveram-se muito nos últimos 50 anos, tornando-se numa das pontes mais construídas para vãos intermédios. Durante estes últimos 50 anos ocorreram diversas vibrações nos tirantes, sendo uma preocupação na concepção duma ponte de tirantes. Os cabos em pontes de tirantes apresentam uma elevada flexibilidade e um baixo amortecimento próprio. Vibrações em tirantes provocam elevada fadiga nos cabos num curto espaço de tempo, diminuindo o tempo de vida de um tirante. Não esquecendo que devido ao elevado investimento que implica uma ponte de tirantes, esta é projectada para um elevado tempo útil de vida. Devido a este fenómeno foram desenvolvidos sistemas de controlo para diminuir ou mesmo eliminarem estas vibrações. As vibrações podem ser devidas a diversos fenómenos. Para alguns fenómenos, podem ser implementados sistemas de controlo que eliminam o risco de ocorrência de vibrações, porém para outros é necessário implementar amortecedores que visam aumentar o amortecimento do cabo.

Amortecedores passivos constituem uma clássica e eficiente solução para suprimir vibrações nos cabos. Os amortecedores passivos fornecem um amortecimento óptimo para um dado tamanho óptimo do amortecedor. Devido a alguns factores, como é o caso do efeito de curvatura, o efeito da rigidez à flexão, a flexibilidade do amortecedor e a flexibilidade do suporte do amortecedor, o amortecedor perde eficiência. De referir, também, que quanto mais próximo o amortecedor estiver da ancoragem, menos eficiente é o amortecedor. É importante não esquecer, que o amortecedor passivo apenas fornece o amortecimento óptimo para um modo de vibração (normalmente o modo fundamental).

Neste trabalho foi realizado o estudo de três cabos. Estudou-se o comportamento dinâmico dos cabos, para analisar a necessidade, ou não, de implementar um amortecedor passivo. Os requisitos mínimos de segurança utilizados foram os fornecidos pelo Eurocódigo 3. Os três cabos caracterizam-se por apresentarem diferentes características. O cabo HC01 é um cabo curto. O cabo HC15 é um cabo intermédio, sendo um cabo muito característico nas pontes de tirantes. Já o cabo CN01 é um cabo longo. A conclusão foi que qualquer um dos cabos necessitava de aumentar o seu amortecimento.

Os resultados obtidos foram os apresentados na Tabela 5.01.

Tabela 5.01-Resultados Finais

Cabo	1º Amortecedor			2º Amortecedor			$A(m)$	$A_{Requirida}(m)$
	x_c/L	$c(KN.s/m)$	$k(KN/m)$	x_c/L	$c(KN.s/m)$	$k(KN/m)$		
HC01	0,06	7,5	18663,96	-	-	-	$\approx 0,069$	0,069
HC15	0,04	40,0	13869,21	0,04	40,0	13869,21	$\approx 0,295$	0,295
CN01	0,02	640,6	∞	0,01	1942,9	29524,13	$\approx 2,940$	0,882

Quer para o cabo HC01, quer para HC15 foram cumpridos os requisitos mínimos. No caso do HC15 foram necessários dois amortecedores. Já no caso do cabo CN01 não foi possível por intermédio de dois amortecedores cumprir os requisitos mínimos.

De facto, os amortecedores são uma clássica e eficiente solução para suprimir vibrações nos cabos, porém podem ser insuficientes para cabos longos. Nos últimos 15 anos foram construídas algumas pontes de tirantes com um vão superior a $800m$, sendo, também, um tipo de ponte rentável para vãos longos. Assim, é necessário fornecer aos cabos longos um amortecimento suficiente. Isto, presentemente, é apenas possível através de investigação muito pormenorizada e recorrendo a diversos sistemas de controlo, como é o caso dos amortecedores, cabos adicionais, um cabo com um C_D adequado, etc..

É neste contexto, que presentemente se investigam outros sistemas de controlo, com especial atenção para os sistemas de controlo semi-activos.

BIBLIOGRAFIA

- [1] http://en.wikipedia.org/wiki/Cable-stayed_bridge
- [2] <http://www.bbrnetwork.com/inside/cable-stayed.html>
- [3] Elsa de Sá Caetano: "Cable Vibrations in Cable-Stayed Bridges"
- [4] http://en.wikipedia.org/wiki/List_of_largest_cable-stayed_bridges
- [5] Sven Eilif Svensson: "Cable Stays-Mechanisms generating vibrations and the importance of damping", 2005
- [6] Luís Gomes: "Excitação paramétrica em tirantes de pontes", Tese de mestrado, Estruturas de Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia Universidade do Porto, 2006
- [7] Hiroshi Tanaka: "Aerodynamics of Cables", 5th International Symposium on Cable Dynamics, 2003
- [8] Masaru Matsumoto, Tomomi Yagi, Qingkuan Liu, Takahiro Oishi, & Yoichi Adachi: "Effects of axial flow and Karman Vortex interference on dry-state galloping of inclined stay-cables", 6th International Symposium on Cable Dynamics, 2005
- [9] Masaru Matsumoto, Tomomi Yagi, Hideaki Hatsuda, Takanori Shima, Masanobu Tanaka: "Sensitivity of Dry State Galloping of Cable-stayed Bridges to Scruton Number", 7th International Symposium on Cable Dynamics, 2007
- [10] Shaohong Cheng, Guy L. Larose, Mike G. Savage, Hiroshi Tanaka, Peter A. Irwin: "Experimental study on the wind-induced vibration of a dry inclined cable—Part I: Phenomena", Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, Volume 96, Issue 12, December 2008, Pages 2231-2253
- [11] Shaohong Cheng, Peter A. Irwin, Hiroshi Tanaka: "Experimental study on the wind-induced vibration of a dry inclined cable—Part II: Proposed mechanisms", Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, Volume 96, Issue 12, December 2008, Pages 2254-2272
- [12] Hitoshi Yamada: "Control of Wind-Induced Cable Vibrations from a Viewpoint of the Wind Resistant Design of Cable-Stayed Bridges"
- [13] H.R. Bosch, S.W. Park: "Effectiveness of External Dampers and Crossties in Mitigation of Stay Cable Vibrations", 6th International Symposium on Cable Dynamics, 2005
- [14] X.Y. Wang, Y.Q. Ni, J.M. Ko, Z.Q. Chen: "Optimal design of viscous dampers for multi-mode vibration control of bridge cables", Engineering Structures, Volume 27, Issue 5, April 2005, Pages 792-800
- [15] E.A. Johnson, R.E. Christenson, B.F. Spencer Jr: "Semiactive damping of cables with sag", Comput.-Aided Civil Infrastruct. Eng. Vol.18,132-146
- [16] Q. Zhou, S.R.K. Nielsen, W.L. Qu: "Semi-active control of three-dimensional vibrations of an inclined sag cable with magnetorheological dampers", Journal of Sound and Vibration Volume 296, Issues 1-2, 12 September 2006, Pages 1-22
- [17] Z.Q. Chen, X.Y. Wang, Y.Q. Ni, J.M. Ko: "Field measurements on wind-rain-induced vibration of bridge cables with and without MR dampers", 2003

[18] F. Weber, H. Distl, G. Feltrin, M. Motavalli: "Simplified approach of velocity feedback for MR dampers on real cable-stayed bridges", 6th International Symposium on Cable Dynamics, 2005

[19] Ray Clough, Joseph Penzien : "Dynamics of structures"

[20] http://en.wikipedia.org/wiki/Discretization_error

[21] Eurocode 3: "Design of steel structures", prEN 1993-1-11:20xx